

# Analysis I (WS 2018/19) — Zusatzblatt 8

*Natura non facit saltus.*  
(Carl von Linné; 1707-1778)

Am 3. Januar 2019 ist im Rahmen der chinesischen Mondmission die Sonde Chang'e 4 auf der Rückseite des Mondes gelandet.

- Z8.1.** Innerhalb eines gewissen Zeitintervalls  $[a, b] \subset \mathbb{R}$  verändert Chang'e 4 ihre Höhe über dem Mond derart, dass sie zu keinen zwei verschiedenen Zeitpunkten auf der gleichen Höhe kreist. Zeigen Sie, dass die Sonde in diesem Zeitraum daher entweder streng monoton sinkt oder streng monoton steigt.
- Z8.2.** Chang'e 4 hat auf ihrer Mondumrundung die Temperatur der Mondoberfläche mit Infrarotsensoren sehr genau gemessen und hat entdeckt, dass es zwei gegenüberliegende Punkte auf dem Mondäquator gibt, an denen genau dieselbe Temperatur herrscht. Zeigen Sie, dass dies zwangsläufig immer der Fall ist.
- Z8.3.** Nach einem netten Vortrag über die neusten Entwicklungen in der Raumfahrt gehen Sie mit Freunden in einen gemütlichen Biergarten in Stuttgart. Dort sitzen Sie bei einem schmackhaften Hefeweizen an einem quadratischen Tisch. Leider wackelt der Tisch auf dem unebenen Untergrund und wie Sie verärgert feststellen, sind auch keine Bierdeckel zum Unterlegen vorhanden. Sie untersuchen den Tisch und stellen fest, dass seine vier Beine alle gleich lang sind. Dabei besitzt das Tischbein zu Ihrer Rechten einen gewissen Abstand  $h$  zum Boden. Außerdem ist der Boden nicht gepflastert oder aufgebrochen, die Höhe ändert sich also stetig bezüglich der Position. Mit Ihrem mathematischen Sachverstand erkennen Sie schnell, dass sich das Problem lösen lässt, indem man den Tisch dreht, wobei die drei anderen Beine während der Drehung stets den Boden berühren sollen. Ihre Freunde sind völlig aus dem Häuschen und geben Ihnen ein Bier aus.  
Zeigen Sie, dass diese Vorgehensweise tatsächlich immer zu einem stabilen Tisch führt (d. h. alle vier Beine berühren am Ende den Boden).