

Analysis 2 (SoSe 2019) — Wiederholungsblatt

Повторение - мать ученья

4.1. Sei $a < b$ und $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Geben Sie eine kurze Begründung oder einen Verweis auf die Vorlesung.

- (a) Ist f Riemann-integrierbar, so ist f beschränkt.
- (b) Ist f monoton, so ist f Riemann-integrierbar.
- (c) Ist f monoton, so besitzt f eine Stammfunktion.
- (d) Ist f Riemann-integrierbar, so besitzt f eine Stammfunktion.
- (e) Besitzt f eine Stammfunktion, so ist f Riemann-integrierbar.
- (f) Ist F eine Stammfunktion von f , so ist F stetig differenzierbar auf (a, b) .
- (g) Ist f stetig, so besitzt f eine Stammfunktion.
- (h) Besitzt f eine Stammfunktion, so ist f beschränkt.

4.2. Bestimmen Sie die folgenden Stammfunktionen.

(a) $\int \frac{x}{1+x^4} dx$	(b) $\int \frac{\ln(x)}{x} dx$	(c) $\int \frac{x^2}{\cos^2(x^3)} dx$
(d) $\int x^3 \ln(x) dx$	(e) $\int x^3 \ln^2(x) dx$	(f) $\int \arctan(x) dx$
(g) $\int \frac{1}{x^3 + 4x^2} dx$	(h) $\int \frac{x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 9x - 5}{x^3 - x^2 + 4x - 4} dx$	(i) $\int \frac{e^x (e^x + 2)^2}{e^{3x} + 4e^x} dx$

4.3. Berechnen Sie für die Astroide

$$\gamma : [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \gamma(t) = (a \cos^3(t), a \sin^3(t)), \quad a > 0,$$

- (a) die Bogenlänge,
- (b) den Schwerpunkt des Kurvenabschnitts, der oberhalb der x -Achse verläuft,
- (c) den Oberflächeninhalt des Rotationskörpers, der entsteht, wenn die Fläche aus Aufgabenteil (b) um die x -Achse rotiert wird.

4.4. Berechnen Sie den Flächeninhalt der von der Kardioide

$$\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \gamma(t) = a(\cos(t)(1 + \cos(t)), \sin(t)(1 + \cos(t))), \quad a > 0.$$

eingeschlossenen Fläche unter Verwendung von Polarkoordinaten.