1 *a.* Bestimmen sie $\int_\gamma y^3 \,\mathrm{d}x + x^3 \,\mathrm{d}y$ für

$$\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^2, \quad \gamma(t) = (t^\alpha, t), \quad \alpha \geqslant 1.$$

b. Bestimmen sie $\int_\gamma x_3 \,\mathrm{d}x_1 + x_1 \,\mathrm{d}x_2 + x_2 \,\mathrm{d}x_3$ für

$$\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^3, \quad \gamma(t) = (\cos 2\pi t, \sin 2\pi t, t).$$

2 Beweisen oder widerlegen sie: Sind α und $\tilde{\alpha}$ geschlossene respektive exakte 1-Formen auf $\mathbb{R}^n$, so auch $\alpha + \tilde{\alpha}$ und $f\alpha$, wobei $f \in C^1(\mathbb{R}^n)$.

3 Bestimmen sie zu einer auf dem Rechteck $[0,1] \times [0,1]$ geschlossenen 1-Form $\alpha = f \,\mathrm{d}x + g \,\mathrm{d}y$ eine Stammfunktion.

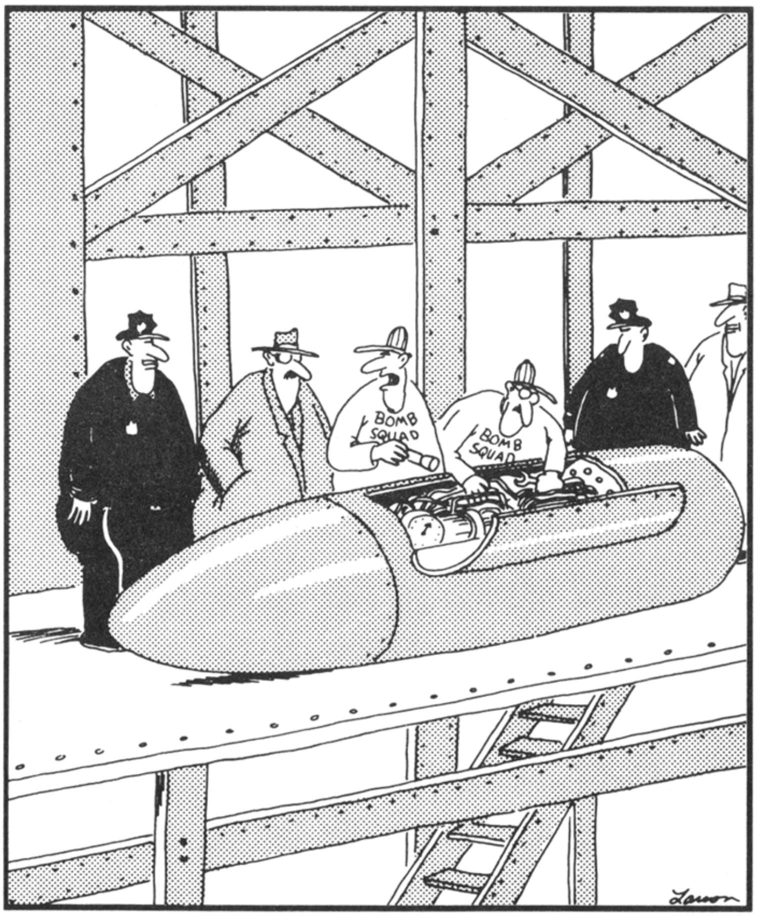
4 Das homöomorphe Bild einer einfach zusammenhängenden Menge ist wieder einfach zusammenhängend ist.

Schriftaufgabe

5 Sei Ω ein einfach zusammenhängendes Gebiet in $\mathbb{R}^2$ und $u \in C^2(\Omega)$ harmonisch. Dann besitzt die 1-Form $u_x \,\mathrm{d}y - u_y \,\mathrm{d}x$ eine Stammfunktion v auf Ω, die ebenfalls harmonisch ist und für die

$$v_x = -u_y, \quad v_y = u_x$$

gilt.



"Well, it's a delicate situation, sir. . . . Sophisticated firing system, hair-trigger mechanisms, and Bob's wife just left him last night, so you *know* his mind's not into this."