1 Erläutern Sie, warum im Satz von Beppo die Voraussetzung

$$\sup I_\mu(f_k) < \infty \quad \text{oder} \quad f =_\mu \lim f_k <_\mu \infty,$$

nötig ist.

2 Sind $f, g \in \mathcal{U}^n(\mu)$ und $f \leqslant_\mu g$, so gilt auch $I_\mu(f) \leqslant I_\mu(g)$.

3 Sei $f, g \in \mathcal{U}^n(\mu)$. Gilt $\sup(I_\mu(f), I_\mu(g)) < \infty$, so gilt auch $I_\mu(\sup(f,g)) < \infty$.

4 Jede nichtnegative messbare Funktion f besitzt eine Darstellung

$$f =_\mu \sum_{k \geqslant 1} (u_k - v_k)$$

mit $\mathcal{U}^n(\mu)$-Funktionen u_k, v_k so, dass $v_k \leqslant u_k$ und $I_\mu(u_k) < \infty$ für alle $k \geqslant 1$.

5 *Elementare Transformationsformeln* Sei $f \in \mathcal{L}^n(\mu)$. Dann gilt

$$\int_{\mathbb{R}^n} f(u-h)\,\mathrm{d}u = \int_{\mathbb{R}^n} f(u)\,\mathrm{d}u$$

für alle $h \in \mathbb{R}^n$ sowie

$$\int_{\mathbb{R}^n} f(Au)\,\mathrm{d}u = |\det A|^{-1} \int_{\mathbb{R}^n} f(u)\,\mathrm{d}u$$

für $A = \operatorname{diag}(a_1, .., a_n)$. *Hinweis:* Betrachte zuerst charakteristische Funktionen von Intervallen.

Schriftaufgabe

6 Jede stetige Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist messbar.

At Slow Cheetahs Anonymous