1 Sei

$$\varphi\colon\ \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto x/2$$

und $U = (0,2)$. Man finde eine stetig differenzierbare Funktion $\psi\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$\psi|U = \varphi, \qquad \psi|[-r,r]^c = id, \qquad \psi(U) \cap \psi(U^c) = \varnothing,$$

für ein hinreichend großes r.

2 Man finde eine stetige Kurve $\gamma\colon\ [0,1] \to \mathbb{R}^{2\times 2}$ derart, dass

$$\gamma(0) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \gamma(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \det\gamma(t) \searrow 1.$$

3 Bestimmen sie das Volumen des Körpers K, der bei Rotation einer abgeschlossenen Menge A im positiven Quadranten der xz-Ebene um die z-Achse entsteht.

4 Man bestimme das Volumen des *Vivianischen Körpers*, der als Schnittmenge der Einheitskugel mit dem Zylinder $Z = \{(x,y,z) : x^2 + y^2 \leqslant x\}$ entsteht.

Schriftaufgabe

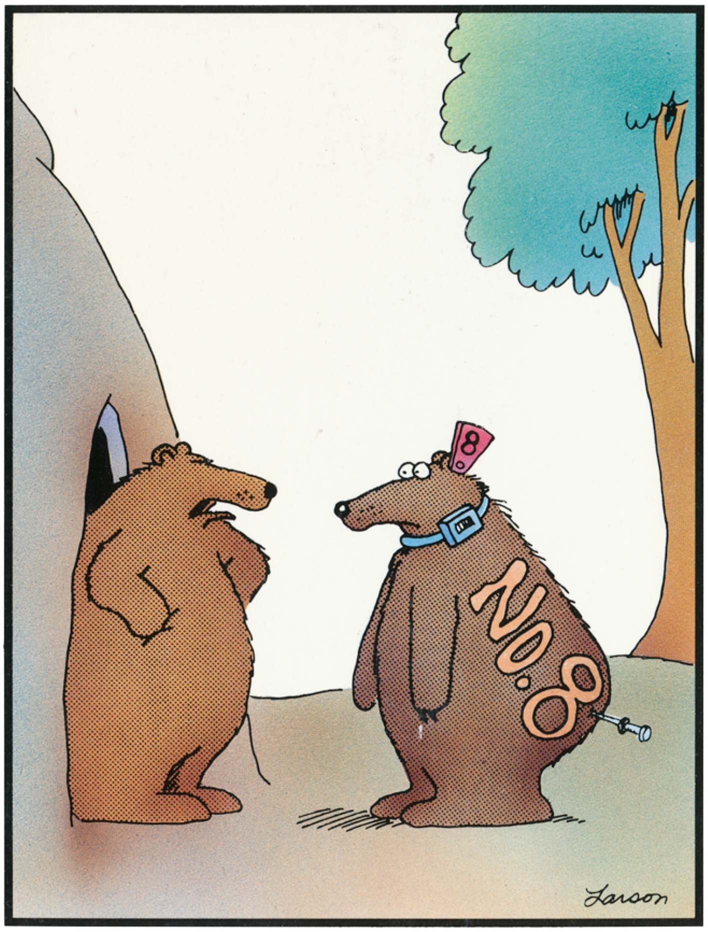
5 *Erste Guldinsche Regel* Der Körper R_M entstehe durch Rotation einer abgeschlossenen, in der rechten Halbebene liegenden abgeschlossenen Menge M um die y-Achse. Dann gilt für sein Volumen

$$|R_M| = 2\pi \int_M x \,\mathrm{d}\lambda_2 = 2\pi r\,|M|$$

mit

$$r = \frac{1}{|M|}\int_M x\,\mathrm{d}\lambda_2,$$

dem Abstand des Schwerpunktes von M von der y-Achse. — *Das Volumen eines Rotationskörpers ist also das Produkt aus dem Flächeninhalt eines Meridianschnitts und der Weglänge, den sein Schwerpunkt bei einer Umdrehung zurücklegt.*



"Late again! . . . This better be good!"