1 Für eine C^1-Kurve $\gamma\colon I \to \mathbb{R}^2$ und eine 1-Form $\alpha = u\,\mathrm{d}x + v\,\mathrm{d}y$ auf $\mathbb{R}^2$ bestimme man $\gamma^*\alpha$.

2 Die Form

$$\omega = \frac{x}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}y - \frac{y}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x$$

auf $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ ist geschlossen, aber nicht exakt.

3 Sei $\varphi\colon [0,1]^n \to [0,1]^n$ eine stetig differenzierbare Bijektion mit $\det D\varphi \geqslant 0$ überall. Für jeden n-Würfel c und jede n-Form ω gilt dann

$$\int_c \omega = \int_{c\circ\varphi} \omega.$$

4 *a.* Zeigen sie, dass es zu jeder n-Form $\omega \neq 0$ eine n-Kette c gibt, so dass

$$\int_c \omega \neq 0.$$

b. Benutzen sie dies, den Satz von Stokes und $\partial^2 = 0$, um $\mathrm{d}^2 = 0$ zu zeigen.

5 Seien $g, h\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ stetig differenzierbar mit $g \leqslant h$ und

$$N = \{(u,v) : a \leqslant u \leqslant b \wedge g(u) \leqslant v \leqslant h(u)\}.$$

Für eine C^1-Funktion $f\colon N \to \mathbb{R}$ verifiziere man auf elementare Weise, dass

$$\int_N f_v\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v = -\int_{\partial N} f\,\mathrm{d}u.$$