1 Man verifiziere den Satz von Stokes, also

$$\int_c d\omega = \int_{\partial c} \omega,$$

für die 0-Form

$$\omega \in \Omega^0(\mathbb{R}^2), \quad \omega(x,y) = xy + x$$

und den 1-Würfel

$$c : \mathbb{I} \to \mathbb{R}^2, \quad c(t) = (\cos(\pi t), \sin(\pi t)).$$

2 Man verifiziere den Satz von Stokes für die 1-Form

$$\omega \in \Omega^1(\mathbb{R}^2), \quad \omega(x,y) = y\,dx$$

und den 2-Würfel

$$c : \mathbb{I}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad c(x,y) = (\cos(\pi x), y\sin(\pi x)).$$

3 Sei

$$\omega = dx_{i_1} \wedge .. \wedge dx_{i_k} \in \Omega^k(\mathbb{R}^n).$$

Für eine differenzierbare Abbildung

$$\varphi = (\varphi_1, .., \varphi_n)^\top : \mathbb{R}^m \hookrightarrow \mathbb{R}^n$$

gilt

$$\varphi^*\omega = \sum_{1 \leqslant j_1 < .. < j_k \leqslant m} \sum_{\sigma \in \mathcal{P}_k} \operatorname{sgn}(\sigma) \frac{\partial \varphi_{i_1}}{\partial x_{j_{\sigma(1)}}} .. \frac{\partial \varphi_{i_k}}{\partial x_{j_{\sigma(k)}}} dx_{j_1} \wedge .. \wedge dx_{j_k}.$$

4 Was erhält man in der vorangehenden Aufgabe für

a. $m = 1,\ k = 1,\ n = 3$ und $i_1 = 2$?

b. $m = 2,\ k = 1,\ n = 3$ und $i_1 = 2$?

c. $m = 2,\ k = 2,\ n = 3$ und $i_1 = 1,\ i_2 = 3$?