

Analysis 1 – Kurzklausur

Schreiben Sie bitte auf alle Abgaben

- **Ihren Namen,**
- **Ihre Matrikelnummer,**
- **Ihre Übungsgruppennummer.**

Sonst kann Ihre Abgabe nicht gewertet werden.

Begründen Sie Ihre Lösungen kurz.

Aufgabe 1.1. (3 Punkte)

Geben Sie jeweils ein Beispiel für eine Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ an, die

- (a) injektiv aber nicht surjektiv ist,
- (b) surjektiv aber nicht injektiv ist,
- (c) bijektiv aber nicht die Identität auf \mathbb{N} ist.

Aufgabe 1.2. (2 Punkte)

Sei $q \in \mathbb{K}$. Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$, dass

$$\sum_{k=0}^{n-1} q^k = \begin{cases} n & \text{falls } q = 1, \\ \frac{1 - q^n}{1 - q} & \text{falls } q \neq 1. \end{cases}$$

Aufgabe 1.1. (3 Punkte)

Give an example of a function $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ which is

- (a) injective but not surjective,
- (b) surjective but not injective,
- (c) bijective but not equal to the identity on \mathbb{N} .

Aufgabe 1.2. (2 Punkte)

Let $q \in \mathbb{K}$. Show that

$$\sum_{k=0}^{n-1} q^k = \begin{cases} n & \text{if } q = 1, \\ \frac{1 - q^n}{1 - q} & \text{if } q \neq 1. \end{cases}$$

for all $n \in \mathbb{N}$.