# Analysis 1 – Kurzklausur

## Schreiben Sie bitte auf alle Abgaben

- **Ihren Namen,**
- **Ihre Matrikelnummer,**
- **Ihre Übungsgruppennummer.**

## Sonst kann Ihre Abgabe nicht gewertet werden.

## Begründen Sie Ihre Lösungen kurz.

## Aufgabe 2.1. (3 Punkte)

**(a)** **Geben Sie die Definition einer Cauchyfolge an.**

**(b)** **Seien** $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **Cauchyfolgen. Zeigen Sie, dass dann auch**

$$(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$$

**eine Cauchyfolge ist.**

## Aufgabe 2.2. (2 Punkte)

**Es ist**

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0. \tag{1}$$

**Berechnen Sie allein unter Verwendung dieses Grenzwertes und der Grenzwertsätze den Grenzwert der Folge** $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **mit**

$$c_n := \frac{n}{2+n^2}.$$

**Geben Sie dabei in jedem Schritt an, welchen der Sätze Sie gerade verwenden.**

# Hinweise zu Aufgabe 2.2.

**Folgende Grenzwertsätze sowie ihre Bezeichnungen können bei der Bearbeitung von Aufgabe 2.2. verwendet werden:**

**Seien** $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **und** $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **konvergente Folgen mit Grenzwerten**

$$\lim_{n\to\infty} a_n = a, \qquad \lim_{n\to\infty} b_n = b.$$

**Dann konvergieren auch** $(a_n \pm b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **und** $(a_n \cdot b_n)_{n\in\mathbb{N}}$**, wobei**

$$\lim_{n\to\infty} (a_n \pm b_n) = a \pm b, \tag{2}$$

$$\lim_{n\to\infty} (a_n \cdot b_n) = a \cdot b. \tag{3}$$

**Ist zusätzlich** $b \neq 0$**, so konvergiert die Folge** $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **mit**

$$c_n := \begin{cases} \frac{a_n}{b_n}, & \textbf{falls } b_n \neq 0 \\ 0, & \textbf{falls } b_n = 0 \end{cases}$$

**gegen den Grenzwert** $a/b$**, d.h.**

$$\lim_{n\to\infty} c_n = \frac{a}{b}. \tag{4}$$