Sei $Q$ ein reelles Polynom. Sind $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$ die reellen und $\lambda_{k+1}, \overline{\lambda}_{k+1}, \ldots, \lambda_l, \overline{\lambda}_l$ die nichtrellen Nullstellen von $Q$ mit Vielfachheiten $n_1, \ldots, n_l$, so besitzt $Q$ die relle Faktorisierung

$$Q(z) \;=\; a_n \prod_{j=1}^{k} (z - \lambda_j)^{n_j} \cdot \prod_{j=k+1}^{l} \left(z^2 - 2(\mathrm{Re}\,\lambda_j)z + |\lambda_j|^2\right)^{n_j}. \qquad (*)$$

**Hilfssatz:** Seien $P, Q$ teilerfremde relle Polynome, Grad$(P) <$ Grad$(Q)$, und $\lambda \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ sei $n$-fache Nullstelle von $Q$:

$$Q(z) \;=\; (z-\lambda)^n\,(z-\overline{\lambda})^n\,Q_1(z),\;\; Q_1(\lambda) \neq 0.$$

Dann

$$\frac{P(z)}{(z-\lambda)^n\,(z-\overline{\lambda})^n\,Q_1(z)} \;=\; \frac{\alpha z + \beta}{(z-\lambda)^n\,(z-\overline{\lambda})^n} + \frac{P_1(z)}{(z-\lambda)^{n-1}\,(z-\overline{\lambda})^{n-1}\,Q_1(z)};$$

$\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ und das Polynom $P_1$ sind eindeutig, und es gilt Grad$(P_1) <$ Grad$(Q) - 2$.