Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}^d$. Dann gelten:

1) Stetigkeit: $f = \begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_d \end{pmatrix}$ ist stetig in t_0

$$\Leftrightarrow \forall j = 1, \ldots, d : f_j \text{ ist stetig in } t_0.$$

Sind f, g stetig in t_0 und $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, so sind die Funktionen $t \mapsto \alpha f(t) + \beta g(t)$, $t \mapsto \langle f(t), g(t) \rangle$ und $t \mapsto \|f(t)\|$ stetig in t_0.

2) Diff'barkeit: $f = \begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_d \end{pmatrix}$ ist diff'bar in t_0

$$\Leftrightarrow \ \forall j = 1, \ldots, d : f_j \text{ ist differenzierbar in } t_0.$$

Dann gilt $\begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_d \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} f_1' \\ \vdots \\ f_d' \end{pmatrix}$.

Produktregel für Skalarprodukt:

$f, g :]a, b[\to \mathbb{R}^d$ differenzierbar in $t_0 \in]a, b[$

$\Rightarrow \ \langle f(.), g(.) \rangle :]a, b[\to \mathbb{R}$ ist diff'bar in t_0 mit

$$\langle f(t), g(t) \rangle' = \Big\langle f'(t), g(t) \Big\rangle + \Big\langle f(t), g'(t) \Big\rangle$$

für $t = t_0$.