

Def: Seien V, W \mathbb{R} -Vektorräume. Eine Abbildung $L : V \rightarrow W$ heißt **linear**, falls

$$\forall x, y \in V \quad \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R} : L(\alpha x + \beta y) = \alpha L(x) + \beta L(y).$$

Satz: Sei $L : V \rightarrow W$ linear. Dann gilt

$$\begin{aligned} & \forall x_0 \in V : L \text{ ist stetig in } x_0 \\ \Leftrightarrow & L \text{ ist stetig in } x_0 = 0 \end{aligned}$$

Def: Eine lineare Abbildung $L : V \rightarrow W$ heißt **beschränkt**, falls

$$\exists c > 0 \quad \forall x \in V : \|L(x)\|_W \leq c \|x\|_V.$$

Stetig = Beschränkt: Für eine lineare Abbildung $L : V \rightarrow W$ sind äquivalent

- (i) L ist stetig.
- (ii) L ist beschränkt.