

Hilfssatz: Sei $D \subseteq \mathbb{R}^d$ offen, $g : D \rightarrow \mathbb{R}^m$ stetig.

$O \subseteq \mathbb{R}^m$ offen

$\Rightarrow g^{-1}(O) = \{x \in D : g(x) \in O\}$ offen.

Umkehrfunktion:

$D \subseteq \mathbb{R}^d$ offen,

$f \in C^1(D \rightarrow \mathbb{R}^d)$,

$x_0 \in D$, $y_0 := f(x_0)$

$f'(x_0)$ invertierbare $d \times d$ -Matrix

Dann ex. ein $\delta > 0$, so dass lokal auf $B_\delta(y_0)$ die Umkehrfunktion $f^{-1} : B_\delta(y_0) \rightarrow D$ existiert.

Außerdem gilt $f^{-1} \in C^1(B_\delta(y_0) \rightarrow \mathbb{R}^d)$ und

$$(f^{-1}(y))' = (f'(f^{-1}(y)))^{-1}.$$