Notwendige Bedingung: Seien
$m < d$, $D \subseteq \mathbb{R}^d$ offen,
$f \in C^1(D \to \mathbb{R})$,
$g \in C^1(D \to \mathbb{R}^m)$ mit Rang$(g'(x)) = m$ auf D,

$$N := \Big\{x \in D : g(x) = 0\Big\}.$$

Hat $f\Big|_N$ ein lokales Extremum in $x_0 \in N$, so gibt es einen Vektor $\lambda \in \mathbb{R}^m$, so dass

$$f'(x_0) + \lambda^T g'(x_0) = 0. \qquad (*)$$

Beweis: $y := (x_1, \dots, x_m)$, $z := (x_{m+1}, \dots, x_d)$, entsprechend y_0, z_0.

$\Rightarrow$ $g(y_0, z_0) = 0$ und
$\partial_y g(y_0, z_0) = \Big(\partial_k g_j(x_0)\Big)_{j,k=1,\dots,m}$ invertierbar.

Beachte:

$$(*) \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} \underbrace{\partial_y f(y_0, z_0) + \lambda^T \partial_y g(y_0, z_0) = 0}_{(1)} \\ \wedge \;\; \underbrace{\partial_z f(y_0, z_0) + \lambda^T \partial_z g(y_0, z_0) = 0}_{(2)} \end{cases}$$