1.) Das kleinste Intervall, das X enthält, wird mit $I(X)$ bezeichnet:

$$I(X) := \bigcap_{\{I \subseteq \mathbb{R}^n : I \text{ Intervall } \wedge \ X \subseteq I\}} I.$$

2.) Eine endliche Menge $P = \{I_1, \ldots, I_m\}$ von Intervallen heißt **Partition** von $I(X)$, falls

(i) $\forall j, k = 1, \ldots, m : j \neq k \ \Rightarrow \ \mu_n(I_j \cap I_k) = 0$, d.h. die Intervalle haben höchstens auf ihrem Rand gemeinsame Punkte.

(ii) $\bigcup_{j=1}^{m} I_j = I(X)$.

3.) Für jede Partition P von $I(X)$ ist

$$\begin{aligned} m_P(X) &:= \sum_{\{I \in P : I \subseteq X\}} \mu_n(I), \\ M_P(X) &:= \sum_{\{I \in P : I \cap X \neq \emptyset\}} \mu_n(I). \end{aligned}$$

4.) $\mu_i := \sup\{m_P(X) : P$ ist Partition von $I(X)\}$ heißt **inneres Riemann-Maß** von X,
$\mu_a := \inf\{M_P(X) : P$ ist Partition von $I(X)\}$ heißt **äußeres Riemann-Maß** von X.

5.) X heißt **Riemann-messbar**, falls $\mu_i(X) = \mu_a(X) =: \mu(X)$.

Eigenschaften Für $t, t_1, t_2 \in \mathcal{T}(I)$ und $c \in \mathbb{R}$ gelten

1. $t_1 + t_2 \in \mathcal{T}(I)$ und $\int_I (t_1 + t_2) = \int_I t_1 + \int_I t_2$,

2. $c \cdot t \in \mathcal{T}(I)$ und $\int_I (c \cdot t) = c \int_I t$,

3. $\forall x \in I : t_1(x) \leq t_2(x) \quad \Rightarrow \quad \int_I t_1 \leq \int_I t_2$ (Monotonie),

4. $\left| \int_I t \right| \leq \|t\|_\infty \cdot \mu(I)$,

5. $|t| \in \mathcal{T}(I)$ und $\left| \int_I t \right| \leq \int_I |t|$,

6. $t_1 \cdot t_2 \in \mathcal{T}(I)$.