Priv.-Doz. Dr. Peter H. Lesky
M.Sc. Jan Köllner
Dipl.-Math. Kourosh Sanei Kashani
FB Mathematik, Universität Stuttgart

Woche: 27. April - 03. Mai 2015

Analysis II (SS 2015) — Blatt 2

Carpe noctem.

*Die Lösungen dieser Aufgaben sind schriftlich abzugeben, wer welche Aufgaben abgeben muss wird auf Seite 2 erklärt. Abgabetermin ist der **05.05.2015 bis 11:25**, Ihre Lösungen können Sie im Büro von Herrn Köllner oder **vor** der Vorlesung in 57.03 abgeben.*

2.1. Berechnen Sie mit Hilfe partieller Integration für geeignete Integrationsbereiche:

(a) $\int x \cdot \ln x \, dx$ **(b)** $\int x \cdot \sin x \, dx$ **(c)** $\int x^2 e^{-x} \, dx$

(d) $\int (\sin x)^2 \, dx$ **(e)** $\int \frac{\ln(\ln x)}{x} \, dx$ **(f)** $\int e^x \cdot \cos x \, dx$

2.2. Berechnen Sie mit Hilfe einer geeigneten Substitution für geeignete Integrationsbereiche:

(a) $\int x^3 \cdot (x^2-1)^{2015} \, dx$ **(b)** $\int \frac{dx}{x \cdot \ln x}$ **(c)** $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx$

(d) $\int \sin x \cdot \cos x \, dx$ **(e)** $\int \sqrt{9-x^2} \, dx$ **(f)** $\int (\cos x)^3 \cdot \sqrt{\sin x} \, dx$

2.3. Berechnen Sie folgende Integrale für geeignete Integrationsbereiche:

(a) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}}$ **(b)** $\int \ln x \, dx$ **(c)** $\int \arctan x \, dx$

(d) $\int \cos(\ln x) \, dx$ **(e)** $\int \frac{(\ln x)^2}{x^2} \, dx$ **(f)** $\int \frac{dx}{\sin x}$

2.4. Schon wieder ein Fehler! Aber wo nur?

(a) Wir wollen das Integral $\int dx/(x \cdot \ln x)$ aus **2.2 (b)** mit Hilfe partieller Integration berechnen. Hierfür setzen wir $u'(x) = 1/x$ und $v(x) = 1/\ln x$ und erhalten

$$\int \frac{dx}{x \cdot \ln x} = \frac{\ln x}{\ln x} + \int \frac{\ln x}{(\ln x)^2} \cdot \frac{1}{x} \, dx = 1 + \int \frac{dx}{x \cdot \ln x}$$

für $x > 0$. Aus dieser Gleichung folgt aber, dass $0 = 1$.

(b) Es ist

$$(\tan x - x)' = \frac{1}{\cos^2 x} - 1 = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \tan^2 x$$

und damit

$$\int_0^\pi \tan^2 x \, dx = \tan x - x\Big|_0^\pi = -\pi < 0.$$

Zusatzaufgaben

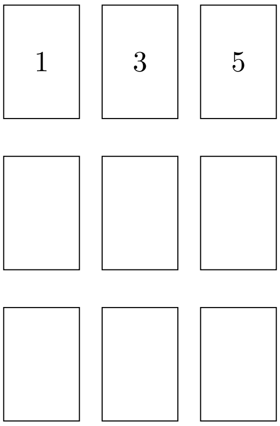
2.5. Seien f eine Regelfunktion auf $(0,\infty)$ und $a > 0$. Zeigen Sie dass

$$\int_0^\infty f\left(\frac{x}{a} + \frac{a}{x}\right) \ln x \, \frac{dx}{x} = \ln a \cdot \int_0^\infty f\left(\frac{x}{a} + \frac{a}{x}\right) \frac{dx}{x}.$$

Priv.-Doz. Dr. Peter H. Lesky
M.Sc. Jan Köllner
Dipl.-Math. Kourosh Sanei Kashani
FB Mathematik, Universität Stuttgart

Wer muss welche Aufgaben abgeben?

Aufgabe **2.4** ist von allen abzugeben. Bei den Aufgaben **2.1**, **2.2** und **2.3** ist schematisch ein 3×3-Feld zu erkennen (ein Feld besteht dabei aus zwei übereinanderstehenden Integralen):



Findet Ihre Übungsgruppe im Vorlesungsblock $n \in \{1, 3, 5\}$ statt, so beginnen Sie in Feld n. Ist Ihre Übungsgruppennummer nun gerade (ungerade), so bewegen Sie sich von dort aus nach rechts unten (links unten). Die seitlichen Ränder dieses 3×3-Feldes denken wir uns dabei periodisch fortgesetzt.

Beispiel. Die Übungsgruppe mit Nummer 4 findet im 3. Block statt. Wir starten also in der Mitte der oberen Reihe. 4 ist gerade, d.h. wir bewegen uns nach rechts unten. Somit sind folgende Aufgaben abzugeben:

Aufgabe **2.1**:	**(b)**, **(e)**
Aufgabe **2.2**:	**(c)**, **(f)**
Aufgabe **2.3**:	**(a)**, **(d)**

Bei Verständnisschwierigkeiten geben Sie alternativ einfach alle Aufgaben ab (nur zur Übung, nicht zur Strafe).

© jan.koellner@mathematik.uni-stuttgart.de lesky@mathematik.uni-stuttgart.de
Kourosh.Sanei-Kashani@mathematik.uni-stuttgart.de