

Analysis II (SS 2015) — Blatt 115

115.1. Für $x, y \in \mathbb{R}$ betrachten wir die Gleichung

$$y = x^2.$$

- (a) Skizzieren Sie die Lösungsmenge dieser Gleichung in der x - y -Ebene.
- (b) Bringen Sie die Gleichung auf die Form $F(x, y) = 0$ mit einer Funktion $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.
- (c) In welchen Punkten ist die Gleichung lokal nach x bzw. y auflösbar? Interpretieren Sie Ihr Resultat anhand der Skizze.
- (d) Die Gleichung lässt sich in den Punkten $(2, 4)$ und $(-2, 4)$ lokal nach beiden Variablen x und y auflösen. Bezeichne $x(y)$ und $y(x)$ die auflösenden Funktionen, so berechnen Sie $\partial x / \partial y$ bzw. $\partial y / \partial x$ nach dem Satz über implizite Funktionen.
- (e) Geben Sie die auflösenden Funktionen aus Teilaufgabe (d) explizit an und berechnen Sie die Ableitungen $\partial x / \partial y$ bzw. $\partial y / \partial x$ ausgehend von der expliziten Darstellung von $x(y)$ bzw. $y(x)$.

115.2. Für $x, y \in \mathbb{R}$ betrachten wir die Gleichung

$$x = y(y^2 - 1).$$

- (a) In welchen Punkten lässt sich die Gleichung nach y auflösen? Geben Sie auch die maximalen Definitions- und Wertebereich der auflösenden Funktionen an.
- (b) Berechnen Sie $\partial y / \partial x$ für jede der auflösenden Funktionen $y(x)$ aus Teilaufgabe (a).