

## Analysis III (WS 2015/16) — Blatt 35

**35.1.** Finden Sie für folgende Abbildungen die Potenzreihendarstellung im Entwicklungspunkt  $z_0 = 0$ :

$$(a) \ z \mapsto \frac{1}{1+z}, \quad (b) \ z \mapsto \frac{1}{1-z^2}, \quad (c) \ z \mapsto \frac{1}{z-2}, \quad (d) \ z \mapsto \frac{1}{(z-1)(z-2)}.$$

(*Hinweis:* Verwenden Sie die Geometrische Reihe.)

**35.2.** Finden Sie die Potenzreihendarstellung der Funktion

$$f : \mathbb{C} \setminus \{\pm i\} \rightarrow \mathbb{C}, \quad z \mapsto \frac{1}{1+z^2}$$

in den Entwicklungspunkten

$$(a) \ z_0 = 1, \quad (b) \ z_0 = 1 + 3i, \quad (c) \ z_0 = -4i, \quad (d) \ z_0 = -1 - i.$$

Berechnen Sie auch die zugehörigen Konvergenzradien und skizzieren Sie die Konvergenzkreise in der komplexen Ebene. Was fällt auf?

**35.3.** Die Funktion

$$f : \mathbb{C} \setminus \{1+i, -4\}, \quad z \mapsto \frac{\sin z}{(z-1-i)^2(z+4)}$$

soll in  $z_0 \in \mathbb{C} \setminus \{1+i, -4\}$  in eine Potenzreihe entwickelt werden. Bestimmen Sie die Konvergenzradien und begründen Sie Ihre Antwort.