



Gruppenübung 02

Die schriftliche Aufgabe sollte bei dem Gruppenleiter abgegeben werden. Alle anderen Aufgaben sind Votieraufgaben, die in den Übungsgruppen besprochen werden.

Aufgabe 1 (Aussagenlogik, logisches Schließen)

Die Aussage „Wenn es regnet, dann fährt Peter mit dem Auto zur Uni.“ sei wahr.

- Wenn Peter *nicht* mit dem Auto an der Uni ist, wie ist dann das Wetter?
- Und was wissen wir über das Wetter, wenn Peter mit dem Auto an der Uni ist?

Begründen Sie jeweils Ihre Antworten.

Aufgabe 2 (Wahrheitstafeln, Tautologien)

Zeigen Sie mit Hilfe von Wahrheitwertetafeln, dass die folgenden Aussagen immer wahr sind:

- $(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B$
- $((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow \neg B)) \leftrightarrow \neg A$
- $((A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow B)) \leftrightarrow B$

Aufgabe 3 (Verneinung von Quantoren)

Bilden Sie die Negationen folgender Aussagen.

- Bei jeder Ziehung der Lottozahlen gewinnt jemand eine Million Euro.
- $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : x = y^2$.
- $\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in \mathbb{R} : |x| < \delta \Rightarrow x^2 < \epsilon$.

Aufgabe 4 (Logische Implikationen)

Drei Logiker sitzen auf Stühlen hintereinander. Der hinterste sieht die beiden vorderen, der mittlere sieht nur den vordersten, und der vorderste sieht niemanden. Alle drei wissen, dass sie jeweils einen Hut aus der Garderobe eines Theaters aufgesetzt bekommen haben, und sie wissen, dass diese Garderobe fünf Hüte zur Verfügung stellt: zwei rote und drei schwarze.

Nun wird der hinterste Logiker gefragt, ob er seine Hutfarbe kenne. Er sagt NEIN. Dann wird der mittlere das gleiche gefragt. Auch er sagt NEIN. Schließlich wird der vorderste gefragt. Was antwortet er?

Aufgabe 5 (Wahrheitstafeln und Quantoren) [**Schriftliche Aufgabe 4 Punkte**]

a) Zeigen Sie mittels einer Wahrheitstafel

$$\neg(A \vee B) \iff \neg A \wedge \neg B.$$

b) Formulieren Sie die folgenden Sätze in formaler mathematischer Sprache, das heißt ausschließlich mit Hilfe von mathematischen Zeichen:

- i) Für alle Elemente x der Menge M existiert ein y aus der Menge N , so dass die Summe von x und y in der Vereinigung von M und N liegt.
- ii) Die Menge L setzt sich aus allen natürlichen Zahlen zusammen, für die das Doppelte ihres Wertes kleiner als zehn oder das Dreifache ihres Wertes größer als zweihundert ist.