

Vortragsübung 1

Aufgabe 1 *formale mathematische Sprache*

Formulieren Sie die folgenden Sätze in formaler mathematischer Sprache, das heißt ausschließlich mit Hilfe von mathematischen Zeichen:

- 1.) Für alle Elemente x der Menge A gibt es ein y aus der Menge B , so dass gilt: die Differenz von x und y ist fünf und das Produkt von x und y ist negativ.
- 2.) Die Menge M setzt sich aus allen reellen Zahlen zusammen, für die das Fünffache ihres Wertes kleiner als neun oder das Quadrat ihres Wertes größer als Tausend ist.

Aufgabe 2 *Wahrheitstafel, Tautologie*

Zeigen Sie mit Hilfe einer Wahrheitstafel das Distributivgesetz:

$$(A \wedge (B \vee C)) \Leftrightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$$

Aufgabe 3 *Verneinungen von Aussagen*

a) Bilden Sie die Negationen folgender Aussagen ohne Verwendung des Zeichens \neg :

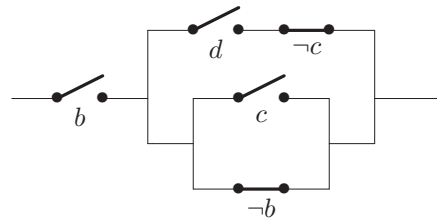
- 1.) $\forall x \in M : x \notin N$
- 2.) $\forall x \in M \exists y \in N : y \geq x$
- 3.) $\forall x_0 \in D \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in D : |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$

b) Verneinen Sie die folgenden Sätze auf möglichst einfache Weise:

- 1.) Es schneit und es ist kalt.
- 2.) Es schneit nicht oder es ist Winter.
- 3.) Wenn es schneit, dann ist Winter.
- 4.) Wenn es regnet, dann sind alle Straßen nass.
- 5.) Es gibt einen Menschen, der kein Mathe mag.

Aufgabe 4 Vereinfachung von Aussagen, Anwendung von Tautologien

Gegeben ist die folgende elektrische Schaltung S :



Dabei ist der Schalter b immer dann geöffnet, wenn $\neg b$ geschlossen ist (und umgekehrt). Stellen Sie die Aussage

$$A : \iff \text{ "in } S \text{ fließt Strom"}$$

mittels der Aussage

$$B : \iff \text{ "Schalter } b \text{ ist geschlossen"}$$

und analoger Aussagen für Schalter c bzw. d sowie der logischen Verknüpfungen " \wedge " und " \vee " dar.

Vereinfachen Sie die Schaltung, indem Sie A umformen.