



Vortragsübung 6

Aufgabe 1 *Potenzen komplexer Zahlen*

Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil sowie Argument und Betrag der folgenden komplexen Zahlen:

$$\text{i) } z_1 = e^{i\frac{\pi}{4}}, \quad \text{ii) } z_2 = \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^{99}.$$

Aufgabe 2 *komplexe Wurzeln*

Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen von

$$8z^3 = 27.$$

Geben Sie die Lösungen sowohl in Polar-Koordinaten, d.h. in der Form $z = re^{i\varphi}$, $r \in (0, \infty)$, $\varphi \in [0, 2\pi)$, als auch in kartesischen Koordinaten an, d.h. in der Form $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 3 *komplexe Nullstellen von Polynomen*

Bestimmen Sie alle komplexen Nullstellen des Polynoms

$$q(z) = z^4 + 2z^3 - 8z^2 - 34z + 39$$

in kartesischen Koordinaten. Geben Sie außerdem die zugehörige Darstellung von q als Produkt von linearen reellen und quadratischen reellen Polynomen ohne reelle Nullstellen an.

Hinweis: das Polynom q besitzt eine Nullstelle in \mathbb{Q} .

Aufgabe 4 *komplexe Gleichungen*

Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z + \operatorname{Re}(z) = 2 + i$$

in kartesischen Koordinaten.

Aufgabe 5 *Lineare Gleichungssysteme*

Gegeben sei das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + tx_3 &= -1 \\ 3x_1 + (t+1)x_2 + (t-1)x_3 &= -1 \\ tx_1 + 2x_2 + x_3 &= 0 \end{aligned}$$

mit Parameter $t \in \mathbb{R}$.

Bestimmen Sie für welche Werte von t das Gleichungssystem keine Lösung, genau eine Lösung bzw. unendlich viele Lösungen besitzt.