



## Vortragsübung 12

### Aufgabe 1 *Differentiation*

a) Berechnen Sie jeweils die Ableitung der folgenden Funktionen:

(i)  $f_1 : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, f_1(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{2017},$

(ii)  $f_2 : \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}, f_2(x) = \ln(e^{3x} \sin(2x)),$

b) Berechnen Sie mit Hilfe der Differentiationsregel für Umkehrfunktionen den Wert für  $(f^{-1})'(f(2))$  für die Funktion  $f(x) = 3x + \frac{1}{4}x^5.$

c) Sei  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch  $g(x) = \frac{e^{-2x}}{(1+x^2)^{10}}.$  Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von  $g$  in  $(0, g(0)).$

### Aufgabe 2 *Differenzierbarkeit*

Bestimmen Sie die Ableitung der folgenden auf  $\mathbb{R}$  definierten Funktion und geben Sie ggf. an, wo sie nicht existiert.

$$f(x) = |x^3 - x^2|.$$

### Aufgabe 3 *Kurvendiskussion*

Untersuchen Sie die Funktion  $f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f_k(x) = x^2 e^{-kx}$$

in Abhängigkeit von  $k \in \mathbb{R}$  auf Nullstellen, sowie auf (lokale und globale) Extrem-, und Wendepunkte und bestimmen Sie ihr Verhalten für  $x \rightarrow \pm\infty.$

### Aufgabe 4 *Satz von Rolle*

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^5 - \frac{10}{3}x^3 + 7x - 10,$$

höchstens eine Nullstelle besitzt.