Name: ☐ **Matrikelnr.:** ☐ **Fach:** ☐

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte									

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: ☐ **Gruppennr.:** ☐

Aufgabe 2 (*4 Punkte*)

(a) Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = 4 + 3i$ und $z_2 = 2 - i$. Berechnen Sie:

$z_1 z_2 =$ ☐ $\frac{z_1}{z_2} =$ ☐

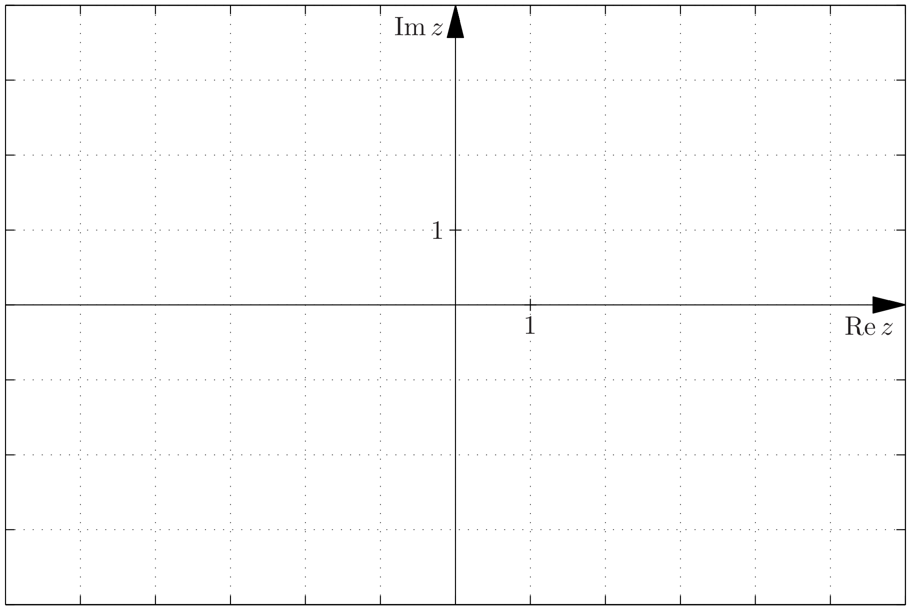
Geben Sie alle Ergebnisse in der Form $z = a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

(b) Gegeben ist $z = -\sqrt{3} - i$. Geben Sie die Polarkoordinatendarstellung $r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ mit $0 \leqq r$ und $0 \leqq \varphi < 2\pi$ an.

$z =$ ☐ $z^{19} =$ ☐

Aufgabe 3 (*4 Punkte*)

Gegeben sind die Mengen $M_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z-3-i| \leqq 2\}$ und $M_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z-2-2i| \leqq |z-6|\}$ in der komplexen Zahlenebene. Skizzieren Sie $M_1 \cap M_2$.



Aufgabe 4 (*6 Punkte*)

(a) Gegeben sind die Punkte $P_1 = (1,1,1)$, $P_2 = (2,2,2)$ und $P_3 = (2,3,4)$ Bestimmen Sie die Hessesche Normalform der Ebene E_1, die die Punkte P_1, P_2 und P_3 enthält.

$$\left\langle \left(\square , \square , \square \right)^{\mathsf{T}} \middle| \, x \right\rangle = \square$$

(b) Gegeben ist die Ebene

$$E_2 : \quad -3x_1 + 4x_3 = 13$$

und die Punkte $P_4 = (1,2,1)$, $P_5 = (3,4,4)$, $P_6 = (2,4,4)$ und $P_7 = (6,8,7)$.

Die Gerade g_1 geht durch die Punkte P_4 und P_5 und die Gerade g_2 geht durch die Punkte P_6 und P_7.

Berechnen Sie den Schnittpunkt S der Geraden g_1 mit der Ebenen E_2.

$$S = \left(\square , \square , \square \right)$$

und den kürzesten Abstand δ der Geraden g_2 zur Ebene E_2.

$$\delta = \square$$

Aufgabe 5 (*5 Punkte*) Gegeben sind die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \\ 1 & 0 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie folgende Operationen beziehungsweise schreiben Sie "nicht definiert", falls die angegebene Matrix-Operation nicht definiert ist.

$(A + B^\top) \cdot C^\top =$ $\boxed{}$ $\qquad C^\top \cdot A \cdot B =$ $\boxed{}$

$B^\top \cdot C \cdot A =$ $\boxed{}$ $\qquad C \cdot (B + A^\top) =$ $\boxed{}$

Aufgabe 6 (*6 Punkte*)

Gegeben sind die Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 4 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 3 & -4 \\ -1 & 1 & 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad C(t) = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -4 & t-2 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie

$\det A =$ $\boxed{}$ $\qquad \det B =$ $\boxed{}$

(b) Berechnen Sie alle $t \in \mathbb{R}$ so, dass $\det C(t) = t^3$ $\qquad t \in \left\{ \boxed{} \right\}$

Aufgabe 7 (*5 Punkte*)

Gegeben ist die Matrix

$$A(t) = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 5 & -6 & 4 \\ -3 & 1 & t \end{pmatrix} \quad \text{mit } t \in \mathbb{R}\,.$$

(a) Geben Sie die Menge aller $t \in \mathbb{R}$ an, für die das Gleichungssystem

$$A(t) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

unendlich viele Lösungen hat. $\quad t \in \left\{ \boxed{} \right\}$

(b) Lösen Sie für $t = -5$ das Gleichungssystem

$$A(-5) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -10 \\ -7 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrix A sowie die Dimension des Kerns der linearen Abbildung $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3 : \quad v \mapsto Av$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 7 \\ 7 & 4 & 11 & 17 \end{pmatrix}$$

$\mathrm{Rg}(A) = \boxed{}$ $\qquad \dim(\mathrm{Kern}\,(f)) = \boxed{}$

Ist f injektiv? $\boxed{}$ $\qquad$ Ist f surjektiv? $\boxed{}$

Name: **Matrikelnr.:**   **Fach:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte									

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*)

(a) Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = 4 + 3i$ und $z_2 = -2 + i$. Berechnen Sie:

$z_1 z_2 =$ $\dfrac{z_1}{z_2} =$

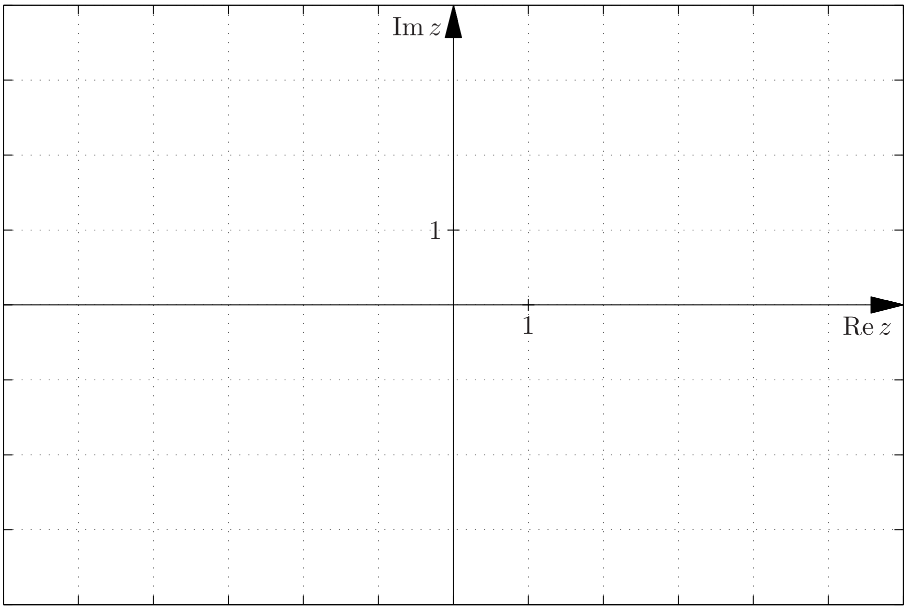
Geben Sie alle Ergebnisse in der Form $z = a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

(b) Gegeben ist $z = -\sqrt{3} + i$. Geben Sie die Polarkoordinatendarstellung $r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ mit $0 \leqq r$ und $0 \leqq \varphi < 2\pi$ an.

$z =$ $z^{19} =$

Aufgabe 3 (*4 Punkte*)

Gegeben sind die Mengen $M_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z+3-i| \leqq 2\}$ und $M_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z+2-2i| \leqq |z+6|\}$ in der komplexen Zahlenebene. Skizzieren Sie $M_1 \cap M_2$.



Aufgabe 4 (*6 Punkte*)

(a) Gegeben sind die Punkte $P_1 = (1,1,1)$, $P_2 = (2,2,2)$ und $P_3 = (3,2,4)$ Bestimmen Sie die Hessesche Normalform der Ebene E_1, die die Punkte P_1, P_2 und P_3 enthält.

$$\left\langle \left(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{} \right)^{\mathsf{T}} \middle| \, x \right\rangle = \boxed{}$$

(b) Gegeben ist die Ebene

$$E_2 : \quad 4x_1 - 3x_3 = 13$$

und die Punkte $P_4 = (1,2,1)$, $P_5 = (4,3,3)$, $P_6 = (4,4,4)$ und $P_7 = (7,8,8)$.

Die Gerade g_1 geht durch die Punkte P_4 und P_5 und die Gerade g_2 geht durch die Punkte P_6 und P_7.

Berechnen Sie den Schnittpunkt S der Geraden g_1 mit der Ebenen E_2.

$$S = \left(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{} \right)$$

und den kürzesten Abstand δ der Geraden g_2 zur Ebene E_2.

$$\delta = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (*5 Punkte*) Gegeben sind die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \\ 1 & 0 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie folgende Operationen beziehungsweise schreiben Sie "nicht definiert", falls die angegebene Matrix-Operation nicht definiert ist.

$(B + C^\top) \cdot A^\top = \boxed{}$ $\quad B^\top \cdot A \cdot C = \boxed{}$

$A \cdot (C + B^\top) = \boxed{}$ $\quad C^\top \cdot B \cdot A = \boxed{}$

Aufgabe 6 (*6 Punkte*)

Gegeben sind die Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & 4 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad C(t) = \begin{pmatrix} 2t & -1 \\ 6-t & -2t \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie

$\det A = \boxed{}$ $\quad \det B = \boxed{}$

(b) Berechnen Sie alle $t \in \mathbb{R}$ so, dass $\det C(t) = t^3$ $\quad t \in \left\{ \boxed{} \right\}$

Aufgabe 7 (*5 Punkte*)

Gegeben ist die Matrix

$$A(t) = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 5 & -7 & 4 \\ -3 & 1 & t \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R}\,.$$

(a) Geben Sie die Menge aller $t \in \mathbb{R}$ an, für die das Gleichungssystem

$$A(t) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

unendlich viele Lösungen hat. $\quad t \in \left\{ \boxed{} \right\}$

(b) Lösen Sie für $t = -5$ das Gleichungssystem

$$A(-5) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 38 \\ -39 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrix A sowie die Dimension des Kerns der linearen Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4 : \quad v \mapsto Av$.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 7 \\ 2 & 0 & 4 \\ -1 & 3 & 7 \\ -4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$\mathrm{Rg}(A) = \boxed{}$ $\qquad \dim(\mathrm{Kern}\,(f)) = \boxed{}$

Ist f injektiv? $\boxed{}$ $\qquad$ Ist f surjektiv? $\boxed{}$

Name: | **Matrikelnr.:** | **Fach:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte									

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*)

(a) Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = 4 - 3i$ und $z_2 = 1 - 2i$. Berechnen Sie:

$z_1 z_2 =$ $\qquad$ $\frac{z_1}{z_2} =$

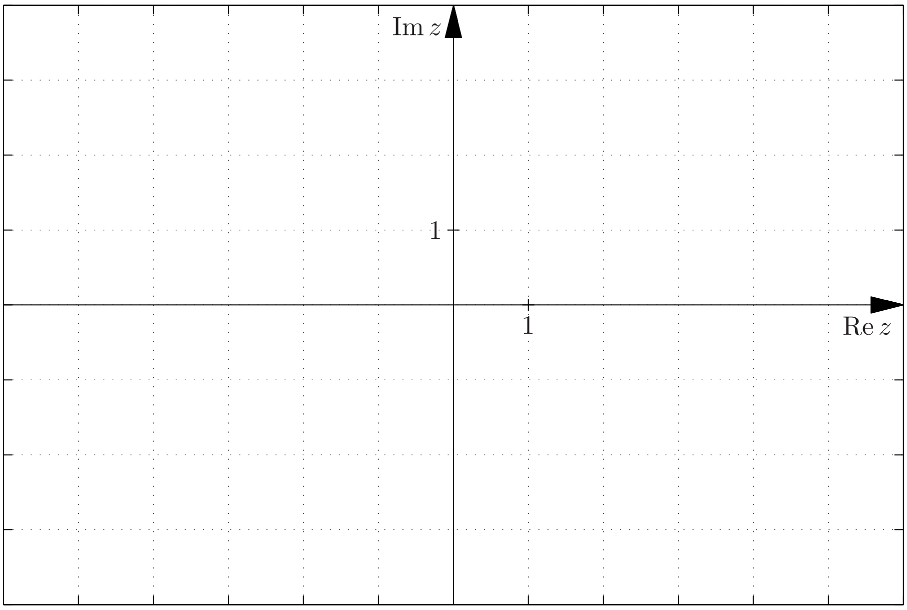
Geben Sie alle Ergebnisse in der Form $z = a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

(b) Gegeben ist $z = \sqrt{3} + i$. Geben Sie die Polarkoordinatendarstellung $r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ mit $0 \leqq r$ und $0 \leqq \varphi < 2\pi$ an.

$z =$ $\qquad$ $z^{19} =$

Aufgabe 3 (*4 Punkte*)

Gegeben sind die Mengen $M_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid \; |z+3+i| \leqq 2\}$ und $M_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid \; |z+2+2i| \leqq |z+6|\}$ in der komplexen Zahlenebene. Skizzieren Sie $M_1 \cap M_2$.



Aufgabe 4 (*6 Punkte*)

(a) Gegeben sind die Punkte $P_1 = (1,1,1)$, $P_2 = (2,2,2)$ und $P_3 = (3,5,3)$ Bestimmen Sie die Hessesche Normalform der Ebene E_1, die die Punkte P_1, P_2 und P_3 enthält.

$$\left\langle \left(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{} \right)^{\mathsf{T}} \middle| \, x \right\rangle = \boxed{}$$

(b) Gegeben ist die Ebene

$$E_2 : \quad 3x_1 - 4x_3 = 11$$

und die Punkte $P_4 = (1,2,1)$, $P_5 = (3,1,4)$, $P_6 = (5,4,0)$ und $P_7 = (9,8,3)$.

Die Gerade g_1 geht durch die Punkte P_4 und P_5 und die Gerade g_2 geht durch die Punkte P_6 und P_7.

Berechnen Sie den Schnittpunkt S der Geraden g_1 mit der Ebenen E_2.

$$S = \left(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{} \right)$$

und den kürzesten Abstand δ der Geraden g_2 zur Ebene E_2.

$$\delta = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (*5 Punkte*) Gegeben sind die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \\ 1 & 0 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie folgende Operationen beziehungsweise schreiben Sie “nicht definiert”, falls die angegebene Matrix-Operation nicht definiert ist.

$B^\top \cdot A \cdot C =$ $\boxed{}$ $\qquad$ $A^\top \cdot C \cdot B =$ $\boxed{}$

$(C + B^\top) \cdot A^\top =$ $\boxed{}$ $\qquad$ $A \cdot (B + C^\top) =$ $\boxed{}$

Aufgabe 6 (*6 Punkte*)

Gegeben sind die Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -9 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 3 & -4 \\ 1 & 4 & 1 & 2 & 5 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad C(t) = \begin{pmatrix} t & 6-5t \\ 1 & 2t \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie

$\det A =$ $\boxed{}$ $\qquad$ $\det B =$ $\boxed{}$

(b) Berechnen Sie alle $t \in \mathbb{R}$ so, dass $\det C(t) = t^3$ $\qquad$ $t \in \left\{ \boxed{} \right\}$

Aufgabe 7 (*5 Punkte*)

Gegeben ist die Matrix

$$A(t) = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 5 & -8 & 4 \\ -3 & 1 & t \end{pmatrix} \quad \text{mit } t \in \mathbb{R}\,.$$

(a) Geben Sie die Menge aller $t \in \mathbb{R}$ an, für die das Gleichungssystem

$$A(t) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

unendlich viele Lösungen hat. $\qquad t \in \left\{ \boxed{} \right\}$

(b) Lösen Sie für $t = -5$ das Gleichungssystem

$$A(-5) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 9 \\ -35 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrix A sowie die Dimension des Kerns der linearen Abbildung $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3 : \quad v \mapsto Av$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$\mathrm{Rg}(A) = \boxed{}$ $\qquad \dim(\mathrm{Kern}\,(f)) = \boxed{}$

Ist f injektiv? $\boxed{}$ $\qquad$ Ist f surjektiv? $\boxed{}$

Name: **Matrikelnr.:**   **Fach:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte									

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*)

(a) Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = 4 - 3i$ und $z_2 = -1 + 2i$. Berechnen Sie:

$z_1 z_2 =$ $\frac{z_1}{z_2} =$

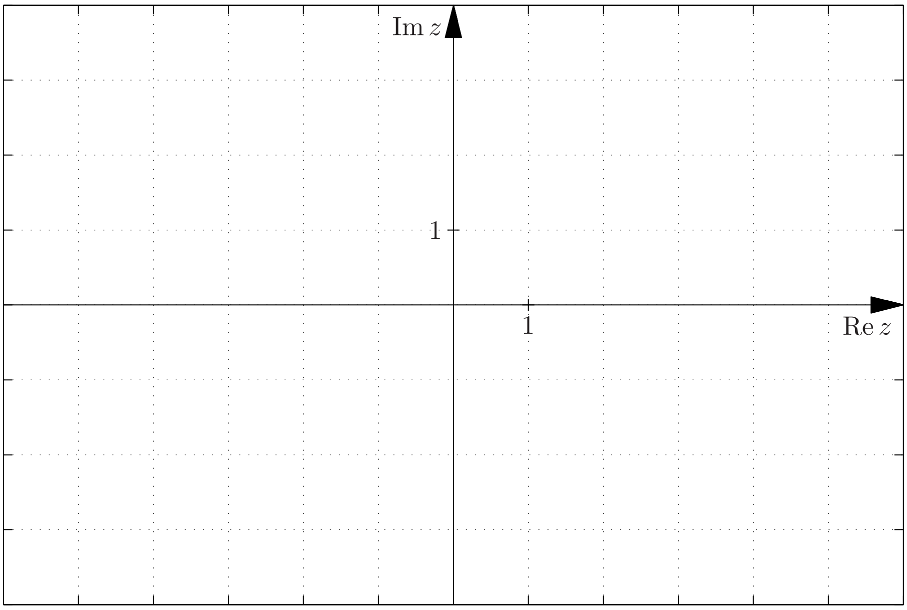
Geben Sie alle Ergebnisse in der Form $z = a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

(b) Gegeben ist $z = \sqrt{3} - i$. Geben Sie die Polarkoordinatendarstellung $r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ mit $0 \leqq r$ und $0 \leqq \varphi < 2\pi$ an.

$z =$ $z^{19} =$

Aufgabe 3 (*4 Punkte*)

Gegeben sind die Mengen $M_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 3 + i| \leqq 2\}$ und $M_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 2 + 2i| \leqq |z - 6|\}$ in der komplexen Zahlenebene. Skizzieren Sie $M_1 \cap M_2$.



Aufgabe 4 (*6 Punkte*)

(a) Gegeben sind die Punkte $P_1 = (1,1,1)$, $P_2 = (2,2,2)$ und $P_3 = (5,3,3)$ Bestimmen Sie die Hessesche Normalform der Ebene E_1, die die Punkte P_1, P_2 und P_3 enthält.

$$\left\langle \left(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{} \right)^{\mathsf{T}} \middle| \, x \right\rangle = \boxed{}$$

(b) Gegeben ist die Ebene

$$E_2 : \quad -4x_1 + 3x_3 = 11$$

und die Punkte $P_4 = (1,2,1)$, $P_5 = (4,3,3)$, $P_6 = (-3,2,2)$ und $P_7 = (0,8,6)$.

Die Gerade g_1 geht durch die Punkte P_4 und P_5 und die Gerade g_2 geht durch die Punkte P_6 und P_7.

Berechnen Sie den Schnittpunkt S der Geraden g_1 mit der Ebenen E_2.

$$S = \left(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{} \right)$$

und den kürzesten Abstand δ der Geraden g_2 zur Ebene E_2.

$$\delta = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (*5 Punkte*) Gegeben sind die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \\ 1 & 0 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie folgende Operationen beziehungsweise schreiben Sie "nicht definiert", falls die angegebene Matrix-Operation nicht definiert ist.

$(B + A^\top) \cdot C^\top =$ $\boxed{}$ $\qquad A^\top \cdot C \cdot B =$ $\boxed{}$

$C^\top \cdot B \cdot A =$ $\boxed{}$ $\qquad C \cdot (A + B^\top) =$ $\boxed{}$

Aufgabe 6 (*6 Punkte*)

Gegeben sind die Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 3 & -4 \\ -1 & 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad C(t) = \begin{pmatrix} t^2+1 & 11 \\ t & 6 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie

$\det A =$ $\boxed{}$ $\qquad \det B =$ $\boxed{}$

(b) Berechnen Sie alle $t \in \mathbb{R}$ so, dass $\det C(t) = t^3$ $\qquad t \in \left\{ \boxed{} \right\}$

Aufgabe 7 (*5 Punkte*)

Gegeben ist die Matrix

$$A(t) = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 5 & -12 & 4 \\ -3 & 1 & t \end{pmatrix} \quad \text{mit } t \in \mathbb{R}\,.$$

(a) Geben Sie die Menge aller $t \in \mathbb{R}$ an, für die das Gleichungssystem

$$A(t) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

unendlich viele Lösungen hat. $\qquad t \in \left\{ \boxed{} \right\}$

(b) Lösen Sie für $t = -5$ das Gleichungssystem

$$A(-5) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 22 \\ -35 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrix A sowie die Dimension des Kerns der linearen Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4 : \quad v \mapsto Av$.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -3 & 18 \\ 0 & 4 & 8 \\ -2 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$\mathrm{Rg}(A) = \boxed{}$ $\qquad \dim(\mathrm{Kern}\,(f)) = \boxed{}$

Ist f injektiv? $\boxed{}$ $\qquad$ Ist f surjektiv? $\boxed{}$
