Name: **Matrikelnr.:**   **Fach:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte										

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
  Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*)

Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -\frac{3}{2} & 5 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Eigenwerte λ_1 und λ_2 dieser Matrix und zu jedem Eigenwert einen normierten Eigenvektor.

$\lambda_1 =$ $v_1 =$ $\lambda_2 =$ $v_2 =$

Aufgabe 3 (*6 Punkte*)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Matrizen (gegebenfalls komplex) diagonalisierbar sind. Geben Sie jeweils die Diagonalmatrix an oder schreiben Sie „nicht diagonalisierbar“ in das Kästchen.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} : \qquad \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} :$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} :$$

Aufgabe 4 (*6 Punkte*)

Gegeben ist die Matrix A und der Vektor v_1 mit

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 0 & 2 \\ 0 & 25 & 0 \\ 2 & 0 & 14 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

A besitzt drei verschiedene Eigenwerte, wobei zu einem der Eigenwerte der Eigenvektor v_1 gehört. Berechnen Sie je einen normierten Eigenvektor zu den beiden anderen Eigenwerten und geben Sie das in Linearfaktoren zerlegte charakteristische Polynom χ_A der Matrix A an.

$v_2 =$ $\qquad$ $v_3 =$ $\qquad$ $\chi_A(\lambda) =$

Aufgabe 5 (*4 Punkte*)

Im $\mathbb{R}^2$ sind das Standardkoordinatensystem $\mathbb{E}$ sowie das Koordinatensystem $\mathbb{F}$ mit

$$\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

gegeben. Berechnen Sie die Koordinatentransformationen ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$ und ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$:

$${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}(v) = \boxed{} \cdot v + \boxed{}, \quad {}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}(v) = \boxed{} \cdot v + \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*)

Gegeben sind die Vektoren $u, v, w \in \mathbb{R}^3$ und die Matrix $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit

$$u = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \qquad w = \begin{pmatrix} -\frac{4}{13} \\ \frac{3}{13} \\ \frac{12}{13} \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} & 0 \\ -\frac{4}{13} & \frac{3}{13} & \frac{12}{13} \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie v_1, v_2, v_3 so, dass u, v, w ein Rechtssystem bilden und berechnen Sie für diese Werte $\det(A)$ und A^{-1}.

$$v = \boxed{} \qquad \det(A) = \boxed{} \qquad A^{-1} = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*2 Punkte*)

Bestimmen Sie die erweiterte Matrixbeschreibung A_{erw} der Quadrik

$$Q = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_3 + 4x_1 + 4x_3 = 0 \right\}.$$

$$A_{\text{erw}} = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*4 Punkte*)

Bestimmen Sie die euklidische Normalform der Quadrik $Q = \left\{ x \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^\intercal A x + 2a^\intercal x + c = 0 \right\}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad c = -1.$$

Geben Sie den Ursprung P des Koordinatensystems an, in dem die Quadrik diese Form hat.

$$P = \boxed{}$$

Aufgabe 9 (*3 Punkte*)

Berechnen Sie zur Quadrik $Q = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x^\intercal A x + 2a^\intercal x + c = 0 \right\}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c = 1$$

den Rang $r = \operatorname{Rang}(A)$ und $r_{\text{erw}} = \operatorname{Rang}(A_{\text{erw}})$. $\quad r = \boxed{} \quad r_{\text{erw}} = \boxed{}$

Um welche Art von Quadrik handelt es sich?

☐ kegelige Quadrik ☐ Mittelpunktsquadrik ☐ parabolische Quadrik

---

Name: | **Matrikelnr.:** | **Fach:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte										

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
  Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*)

Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ \frac{5}{3} & -1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Eigenwerte λ_1 und λ_2 dieser Matrix und zu jedem Eigenwert einen normierten Eigenvektor.

$\lambda_1 =$ $v_1 =$ $\lambda_2 =$ $v_2 =$

Aufgabe 3 (*6 Punkte*)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Matrizen (gegebenfalls komplex) diagonalisierbar sind. Geben Sie jeweils die Diagonalmatrix an oder schreiben Sie „nicht diagonalisierbar“ in das Kästchen.

$$\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -4 & -5 \end{pmatrix} : \quad \boxed{} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} : \quad \boxed{}$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -1 \end{pmatrix} : \quad \boxed{}$$

Aufgabe 4 (*6 Punkte*)

Gegeben ist die Matrix A und der Vektor v_1 mit

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 6 \\ 0 & 20 & 0 \\ 6 & 0 & 13 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

A besitzt drei verschiedene Eigenwerte, wobei zu einem der Eigenwerte der Eigenvektor v_1 gehört. Berechnen Sie je einen normierten Eigenvektor zu den beiden anderen Eigenwerten und geben Sie das in Linearfaktoren zerlegte charakteristische Polynom χ_A der Matrix A an.

$$v_2 = \boxed{} \qquad v_3 = \boxed{} \qquad \chi_A(\lambda) = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (*4 Punkte*)

Im $\mathbb{R}^2$ sind das Standardkoordinatensystem $\mathbb{E}$ sowie das Koordinatensystem $\mathbb{F}$ mit

$$\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

gegeben. Berechnen Sie die Koordinatentransformationen ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$ und ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$:

$${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}(v) = \boxed{} \cdot v + \boxed{}, \quad {}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}(v) = \boxed{} \cdot v + \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*)

Gegeben sind die Vektoren $u, v, w \in \mathbb{R}^3$ und die Matrix $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit

$$u = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \qquad w = \begin{pmatrix} -\frac{4}{13} \\ \frac{3}{13} \\ -\frac{12}{13} \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} & 0 \\ -\frac{4}{13} & \frac{3}{13} & -\frac{12}{13} \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie v_1, v_2, v_3 so, dass u, v, w ein Rechtssystem bilden und berechnen Sie für diese Werte $\det(A)$ und A^{-1}.

$$v = \boxed{} \qquad \det(A) = \boxed{} \qquad A^{-1} = \boxed{}$$

Aufgabe 7 *(2 Punkte)*

Bestimmen Sie die erweiterte Matrixbeschreibung A_{erw} der Quadrik

$$Q = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_3 + 4x_3 + 2 = 0 \right\}.$$

$$A_{\text{erw}} = \boxed{}$$

Aufgabe 8 *(4 Punkte)*

Bestimmen Sie die euklidische Normalform der Quadrik $Q = \left\{ x \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^\mathsf{T} A x + 2a^\mathsf{T} x + c = 0 \right\}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad c = 3.$$

$$\boxed{}$$

Geben Sie den Ursprung P des Koordinatensystems an, in dem die Quadrik diese Form hat.

$$P = \boxed{}$$

Aufgabe 9 *(3 Punkte)*

Berechnen Sie zur Quadrik $Q = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x^\mathsf{T} A x + 2a^\mathsf{T} x + c = 0 \right\}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad c = 0$$

den Rang $r = \operatorname{Rang}(A)$ und $r_{\text{erw}} = \operatorname{Rang}(A_{\text{erw}})$. $r = \boxed{}$ $r_{\text{erw}} = \boxed{}$

Um welche Art von Quadrik handelt es sich?

☐ kegelige Quadrik ☐ Mittelpunktsquadrik ☐ parabolische Quadrik

---

Name: **Matrikelnr.:** **Fach:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte										

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*)

Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ -\frac{3}{2} & -2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Eigenwerte λ_1 und λ_2 dieser Matrix und zu jedem Eigenwert einen normierten Eigenvektor.

$\lambda_1 =$ $v_1 =$ $\lambda_2 =$ $v_2 =$

Aufgabe 3 (*6 Punkte*)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Matrizen (gegebenfalls komplex) diagonalisierbar sind. Geben Sie jeweils die Diagonalmatrix an oder schreiben Sie „nicht diagonalisierbar" in das Kästchen.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} : \boxed{} \qquad \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix} : \boxed{}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} : \boxed{}$$

Aufgabe 4 (*6 Punkte*)

Gegeben ist die Matrix A und der Vektor v_1 mit

$$A = \begin{pmatrix} -9 & 0 & -12 \\ 0 & 30 & 0 \\ -12 & 0 & 9 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

A besitzt drei verschiedene Eigenwerte, wobei zu einem der Eigenwerte der Eigenvektor v_1 gehört. Berechnen Sie je einen normierten Eigenvektor zu den beiden anderen Eigenwerten und geben Sie das in Linearfaktoren zerlegte charakteristische Polynom χ_A der Matrix A an.

$$v_2 = \boxed{} \qquad v_3 = \boxed{} \qquad \chi_A(\lambda) = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (*4 Punkte*)

Im $\mathbb{R}^2$ sind das Standardkoordinatensystem $\mathbb{E}$ sowie das Koordinatensystem $\mathbb{F}$ mit

$$\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right)$$

gegeben. Berechnen Sie die Koordinatentransformationen ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$ und ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$:

$${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}(v) = \boxed{} \cdot v + \boxed{}, \quad {}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}(v) = \boxed{} \cdot v + \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*)

Gegeben sind die Vektoren $u, v, w \in \mathbb{R}^3$ und die Matrix $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit

$$u = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \qquad w = \begin{pmatrix} \frac{4}{13} \\ -\frac{3}{13} \\ \frac{12}{13} \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} & 0 \\ \frac{4}{13} & -\frac{3}{13} & \frac{12}{13} \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie v_1, v_2, v_3 so, dass u, v, w ein Rechtssystem bilden und berechnen Sie für diese Werte $\det(A)$ und A^{-1}.

$$v = \boxed{} \qquad \det(A) = \boxed{} \qquad A^{-1} = \boxed{}$$

Aufgabe 7 *(2 Punkte)*

Bestimmen Sie die erweiterte Matrixbeschreibung A_{erw} der Quadrik

$$Q = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_3 + 2x_1 + 4x_3 = 0 \right\}.$$

$$A_{\text{erw}} = \boxed{}$$

Aufgabe 8 *(4 Punkte)*

Bestimmen Sie die euklidische Normalform der Quadrik $Q = \left\{ x \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^\mathsf{T} A x + 2a^\mathsf{T} x + c = 0 \right\}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad c = 16.$$

Geben Sie den Ursprung P des Koordinatensystems an, in dem die Quadrik diese Form hat.

$$P = \boxed{}$$

Aufgabe 9 *(3 Punkte)*

Berechnen Sie zur Quadrik $Q = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x^\mathsf{T} A x + 2a^\mathsf{T} x + c = 0 \right\}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c = 1$$

den Rang $r = \operatorname{Rang}(A)$ und $r_{\text{erw}} = \operatorname{Rang}(A_{\text{erw}})$. $r = \boxed{}$ $r_{\text{erw}} = \boxed{}$

Um welche Art von Quadrik handelt es sich?

☐ kegelige Quadrik ☐ Mittelpunktsquadrik ☐ parabolische Quadrik

---

Name: ☐ **Matrikelnr.:** ☐ **Fach:** ☐

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte										

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: ☐ **Gruppennr.:** ☐

Aufgabe 2 (*4 Punkte*)

Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Eigenwerte λ_1 und λ_2 dieser Matrix und zu jedem Eigenwert einen normierten Eigenvektor.

$\lambda_1 =$ ☐ $v_1 =$ ☐ $\lambda_2 =$ ☐ $v_2 =$ ☐

Aufgabe 3 (*6 Punkte*)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Matrizen (gegebenenfalls komplex) diagonalisierbar sind. Geben Sie jeweils die Diagonalmatrix an oder schreiben Sie „nicht diagonalisierbar“ in das Kästchen.

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -1 \end{pmatrix} : \qquad \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} :$$

$$\begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} :$$

Aufgabe 4 (*6 Punkte*)

Gegeben ist die Matrix A und der Vektor v_1 mit

$$A = \begin{pmatrix} 13 & 0 & 6 \\ 0 & -45 & 0 \\ 6 & 0 & -3 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad v_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

A besitzt drei verschiedene Eigenwerte, wobei zu einem der Eigenwerte der Eigenvektor v_1 gehört. Berechnen Sie je einen normierten Eigenvektor zu den beiden anderen Eigenwerten und geben Sie das in Linearfaktoren zerlegte charakteristische Polynom χ_A der Matrix A an.

$v_2 =$ $\qquad$ $v_3 =$ $\qquad$ $\chi_A(\lambda) =$

Aufgabe 5 (*4 Punkte*)

Im $\mathbb{R}^2$ sind das Standardkoordinatensystem $\mathbb{E}$ sowie das Koordinatensystem $\mathbb{F}$ mit

$$\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right)$$

gegeben. Berechnen Sie die Koordinatentransformationen ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$ und ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$:

$${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}(v) = \boxed{} \cdot v + \boxed{}, \quad {}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}(v) = \boxed{} \cdot v + \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*)

Gegeben sind die Vektoren $u, v, w \in \mathbb{R}^3$ und die Matrix $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit

$$u = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \qquad w = \begin{pmatrix} \frac{4}{13} \\ -\frac{3}{13} \\ -\frac{12}{13} \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} & 0 \\ \frac{4}{13} & -\frac{3}{13} & -\frac{12}{13} \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie v_1, v_2, v_3 so, dass u, v, w ein Rechtssystem bilden und berechnen Sie für diese Werte $\det(A)$ und A^{-1}.

$$v = \boxed{} \qquad \det(A) = \boxed{} \qquad A^{-1} = \boxed{}$$

Aufgabe 7 *(2 Punkte)*

Bestimmen Sie die erweiterte Matrixbeschreibung A_{erw} der Quadrik

$$Q = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, 2x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_2x_3 + 2x_2 + 2x_3 + 1 = 0 \right\}.$$

$$A_{\text{erw}} = \boxed{}$$

Aufgabe 8 *(4 Punkte)*

Bestimmen Sie die euklidische Normalform der Quadrik $Q = \left\{ x \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, x^\mathsf{T} A x + 2a^\mathsf{T} x + c = 0 \right\}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad c = 2.$$

$$\boxed{}$$

Geben Sie den Ursprung P des Koordinatensystems an, in dem die Quadrik diese Form hat.

$$P = \boxed{}$$

Aufgabe 9 *(3 Punkte)*

Berechnen Sie zur Quadrik $Q = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, x^\mathsf{T} A x + 2a^\mathsf{T} x + c = 0 \right\}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad c = 0$$

den Rang $r = \text{Rang}(A)$ und $r_{\text{erw}} = \text{Rang}(A_{\text{erw}})$. $r = \boxed{}$ $r_{\text{erw}} = \boxed{}$

Um welche Art von Quadrik handelt es sich?

☐ kegelige Quadrik ☐ Mittelpunktsquadrik ☐ parabolische Quadrik

---