Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/4	/3	/3	/4	/4	/6	/9	/34

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\ln\lvert x\rvert$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\frac{1}{x}$

$(a \in \mathbb{R})$

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Berechnen Sie die Integrale:

$$\int_0^\pi x^2 \cos(x)\, \mathrm{d}\,x =$$

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^4}}\, \mathrm{d}\,x =$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-3)^k (z-\mathrm{i})^k}{k}$	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z+4}{k}\right)^k$	$\sum_{k=1}^{\infty} (\ln(k))^k (z-2+3\mathrm{i})^k$
z_0			
ρ			

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to (-2,+\infty)\colon x \mapsto \sqrt{\mathrm{e}^{x+1}} - 2.$$

Bestimmen Sie die Ableitung und die Umkehrfunktion von f.

$$f'(x) = \boxed{}\ , \quad f^{-1}\colon (-2,+\infty) \to \mathbb{R}\colon y \mapsto \boxed{}\ .$$

Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion f^{-1} an der Stelle $f(1)$.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,y} f^{-1}(y)\Big|_{y=f(1)} = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (*4 Punkte*) Berechnen Sie ein Potential U des Vektorfeldes

$$f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} \cos(x)\,\mathrm{e}^{yz} - y\,\sin(xy) \\ z\,\sin(x)\,\mathrm{e}^{yz} - x\,\sin(xy) + z^2 \\ y\,\sin(x)\,\mathrm{e}^{yz} + 2yz + 1 \end{pmatrix}.$$

$$U(x,y,z) = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte :

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x}-1}{x} = \boxed{}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{x}-e^{-x}-2x}{1-\cos(x)} = \boxed{}$$

$$\lim_{x\to \infty} \frac{(\cos(x))^2}{x^2} = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 2x\,e^{y}.$$

Berechnen Sie $\operatorname{grad} f(x,y)$ und $\mathrm{H}f(x,y)$.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \boxed{}$$

$$\mathrm{H}f(x,y) = \boxed{}$$

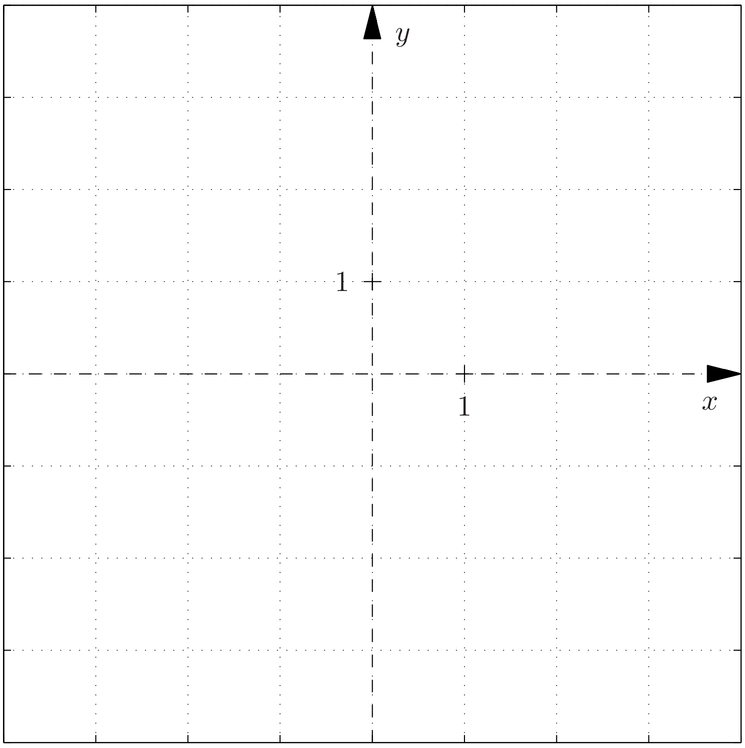
Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f,(x,y),(0,0))$ auf.

$$T_2(f,(x,y),(0,0)) = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*9 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto x^3 + xy^2 - x$$

Skizzieren Sie die Gebiete, für die $f(x,y) = 0$, $f(x,y) > 0$ bzw. $f(x,y) < 0$ ist.



Bestimmen Sie $\operatorname{grad} f(x,y)$.

$\operatorname{grad} f(x,y) =$

Geben Sie alle kritischen Stellen von f sowie deren Typ an.

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/4	/3	/3	/4	/4	/6	/9	/34

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\ln\lvert x\rvert$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\frac{1}{x}$

$(a \in \mathbb{R})$

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Berechnen Sie die Integrale:

$$\int_{-1}^{0} x^2 \, \mathrm{e}^{-x} \, \mathrm{d}\,x =$$

$$\int x \sqrt{1+x^2} \, \mathrm{d}\,x =$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z+2\mathrm{i}-2}{k} \right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} 2^{2k}\, z^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} (1+k)^k (-1+z)^k$
z_0			
ρ			

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to (-5, +\infty)\colon x \mapsto \sqrt{\mathrm{e}^{x-3}} - 5.$$

Bestimmen Sie die Ableitung und die Umkehrfunktion von f.

$$f'(x) = \boxed{} \quad , \quad f^{-1}\colon (-5, +\infty) \to \mathbb{R}\colon y \mapsto \boxed{} .$$

Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion f^{-1} an der Stelle $f(1)$.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,y} f^{-1}(y)\Big|_{y=f(1)} = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (*4 Punkte*) Berechnen Sie ein Potential U des Vektorfeldes

$$f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} y\,\cos(z)\,\mathrm{e}^{xy} - z\,\cos(xz) + 2xy^2 \\ x\,\cos(z)\,\mathrm{e}^{xy} + 2x^2 y \\ -\sin(z)\mathrm{e}^{xy} - x\,\cos(xz) - 3 \end{pmatrix} .$$

$$U(x,y,z) = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte :

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1+(\sin(x))^2}{x} = \boxed{}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)-x}{\mathrm{e}^{-2x}-(x-1)^2} = \boxed{}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-x}{3x^2+1} = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}\times(-2,\infty)\to\mathbb{R}\colon (x,y)\mapsto x\,\ln(y+2).$$

Berechnen Sie $\operatorname{grad} f(x,y)$ und $\mathrm{H}f(x,y)$.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \boxed{}$$

$$\mathrm{H}f(x,y) = \boxed{}$$

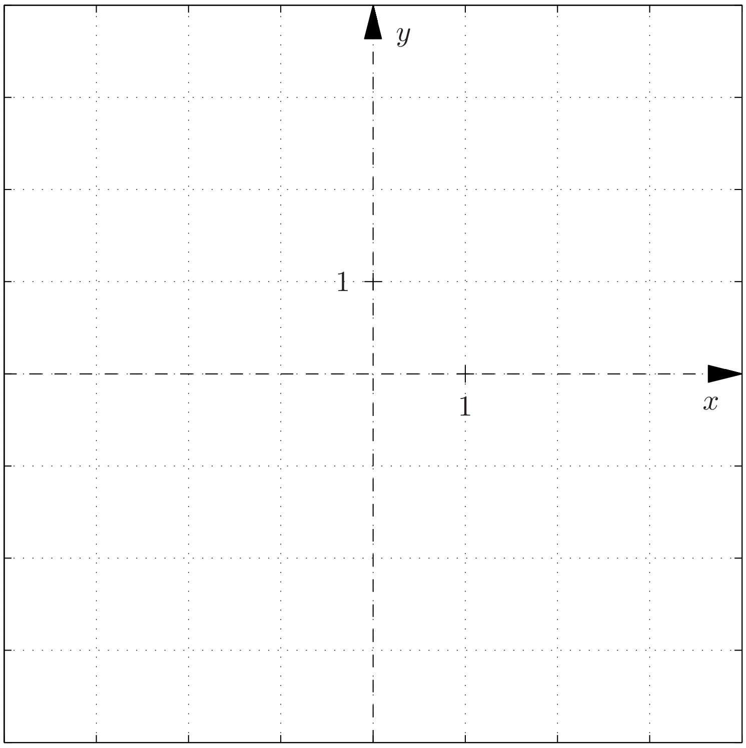
Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f,(x,y),(0,0))$ auf.

$$T_2(f,(x,y),(0,0)) = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*9 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto -y^3 - x^2y + y$$

Skizzieren Sie die Gebiete, für die $f(x,y) = 0$, $f(x,y) > 0$ bzw. $f(x,y) < 0$ ist.



Bestimmen Sie $\operatorname{grad} f(x,y)$.

$\operatorname{grad} f(x,y) =$

Geben Sie alle kritischen Stellen von f sowie deren Typ an.

Name, Vorname: | **Matrikel-Nummer:** | **Studien-gang:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/4	/3	/3	/4	/4	/6	/9	/34

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\ln\|x\|$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\frac{1}{x}$

$(a \in \mathbb{R})$

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Berechnen Sie die Integrale:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin(x) \,\mathrm{d}\,x =$$

$$\int \frac{1}{x} (\ln(2x))^3 \,\mathrm{d}\,x =$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z - 3\mathrm{i}}{2k} \right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{5} \right)^{3k} (z+2)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{e}^{k^2} (\mathrm{i} + z)^k$
z_0			
ρ			

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f \colon \mathbb{R} \to (2, +\infty) \colon x \mapsto 3\sqrt{\mathrm{e}^{x-1}} + 2.$$

Bestimmen Sie die Ableitung und die Umkehrfunktion von f.

$$f'(x) = \boxed{}, \quad f^{-1} \colon (2, +\infty) \to \mathbb{R} \colon y \mapsto \boxed{}.$$

Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion f^{-1} an der Stelle $f(1)$.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,y} f^{-1}(y)\Big|_{y=f(1)} = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (*4 Punkte*) Berechnen Sie ein Potential U des Vektorfeldes

$$f \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} z\,\sin(xz)\,\mathrm{e}^y + yz\,\cos(xyz) - yz^2 + 2 \\ -\cos(xz)\,\mathrm{e}^y + xz\,\cos(xyz) - xz^2 \\ x\,\sin(xz)\mathrm{e}^y + xy\,\cos(xyz) - 2xyz \end{pmatrix}.$$

$$U(x,y,z) = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte :

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x)}{x} \quad = \quad \boxed{}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2 + \cos(x) - 1} = \boxed{}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2 - (\cos(x))^2}{x} \quad = \quad \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto y\,e^{3x}.$$

Berechnen Sie $\operatorname{grad} f(x,y)$ und $\mathrm{H}f(x,y)$.

$$\operatorname{grad} f(x,y) \quad = \quad \boxed{}$$

$$\mathrm{H}f(x,y) \quad = \quad \boxed{}$$

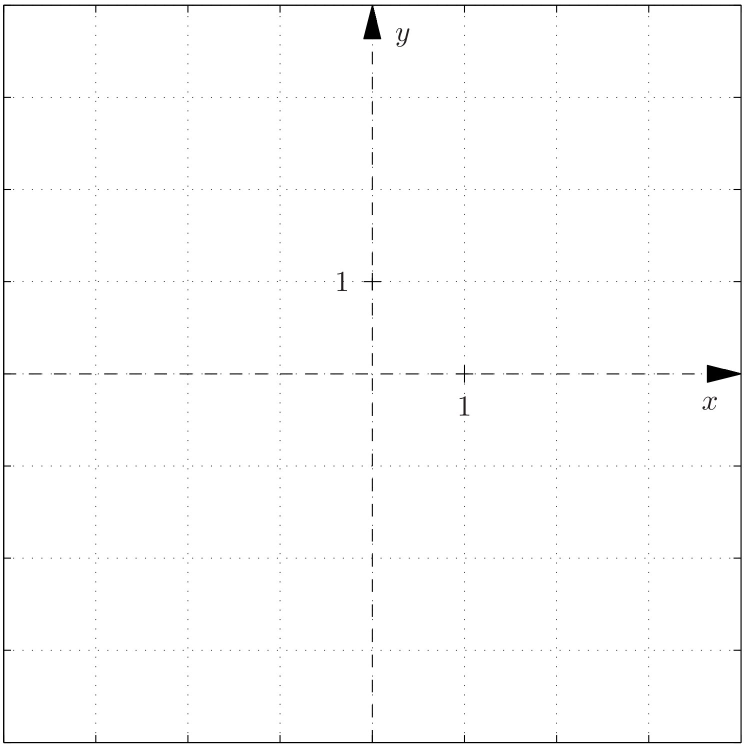
Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f,(x,y),(0,0))$ auf.

$$T_2(f,(x,y),(0,0)) = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*9 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x, y) \mapsto x^3 + xy^2 - 4x$$

Skizzieren Sie die Gebiete, für die $f(x, y) = 0$, $f(x, y) > 0$ bzw. $f(x, y) < 0$ ist.



Bestimmen Sie $\operatorname{grad} f(x, y)$.

$\operatorname{grad} f(x, y) =$

Geben Sie alle kritischen Stellen von f sowie deren Typ an.

Name, Vorname: **Matrikel-Nummer:** **Studien-gang:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/4	/3	/3	/4	/4	/6	/9	/34

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\ln\lvert x\rvert$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\frac{1}{x}$

$(a \in \mathbb{R})$

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Berechnen Sie die Integrale:

$$\int_1^{\mathrm{e}} 2x\ (\ln(x))^2\ \mathrm{d}\,x =$$

$$\int \frac{\sin(x)}{(\cos(x))^4}\ \mathrm{d}\,x =$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k^2}\right)^k (z-5)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{k^2+1}{k-1}\right)^k z^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{z+4\mathrm{i}}{10}\right)^k$
z_0			
ρ			

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to (-4,+\infty)\colon x \mapsto \sqrt{\mathrm{e}^{x+3}} - 4.$$

Bestimmen Sie die Ableitung und die Umkehrfunktion von f.

$$f'(x) = \boxed{} \quad , \quad f^{-1}\colon (-4,+\infty) \to \mathbb{R}\colon y \mapsto \boxed{} .$$

Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion f^{-1} an der Stelle $f(1)$.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,y} f^{-1}(y)\Big|_{y=f(1)} = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (*4 Punkte*) Berechnen Sie ein Potential U des Vektorfeldes

$$f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} \cos(yz)\,\mathrm{e}^x + yz\,\sin(xyz) + 2xy^2z \\ -z\,\sin(yz)\,\mathrm{e}^x + xz\,\sin(xyz) + 2x^2yz - 4 \\ -y\,\sin(yz)\mathrm{e}^x + xy\,\sin(xyz) + x^2y^2 \end{pmatrix} .$$

$$U(x,y,z) = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte :

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{x - \frac{\pi}{2}} = \boxed{}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x - \ln(x+1)}{x^2} = \boxed{}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{(\sin(x))^3}{x^3} = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon (-2, \infty) \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon (x, y) \mapsto y \ln(x+2).$$

Berechnen Sie $\operatorname{grad} f(x, y)$ und $\mathrm{H}f(x, y)$.

$$\operatorname{grad} f(x, y) = \boxed{}$$

$$\mathrm{H}f(x, y) = \boxed{}$$

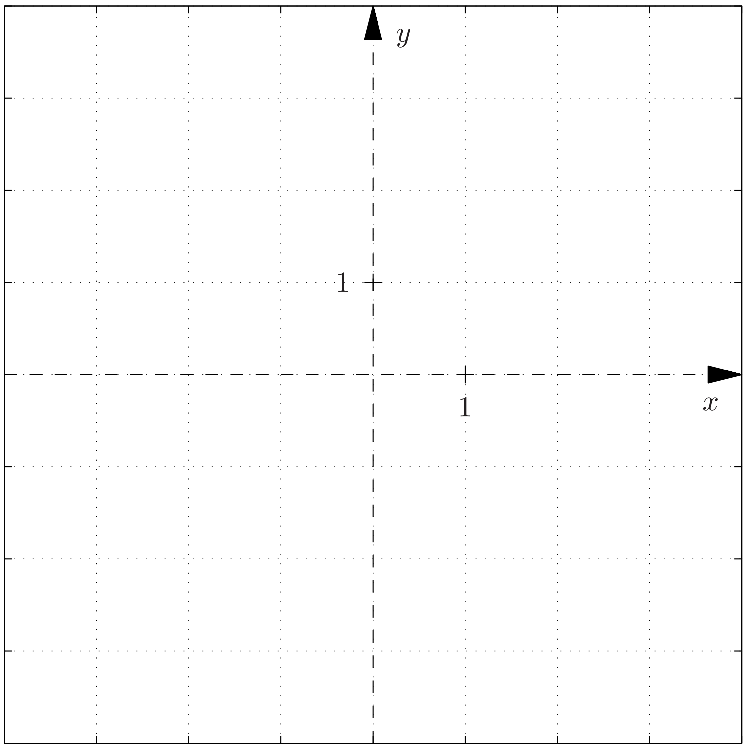
Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f, (x, y), (0, 0))$ auf.

$$T_2(f, (x, y), (0, 0)) = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*9 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto -y^3 - x^2 y + 4y$$

Skizzieren Sie die Gebiete, für die $f(x,y) = 0$, $f(x,y) > 0$ bzw. $f(x,y) < 0$ ist.



Bestimmen Sie $\operatorname{grad} f(x,y)$.

$\operatorname{grad} f(x,y) =$

Geben Sie alle kritischen Stellen von f sowie deren Typ an.