Name, Vorname: | **Matrikel-Nummer:** | **Studiengang:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Summe
Punkte	/1	/3	/2	/2	/3	/4	/2	/3	/4	/2	/3	/3	/32

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Gegeben sind die folgenden Matrizen.

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 5 & -3 & -2 \\ -4 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie, wenn möglich, die folgenden Matrizenprodukte. Tragen Sie „nicht definiert“ in den Kasten ein, falls die Multiplikation nicht möglich ist.

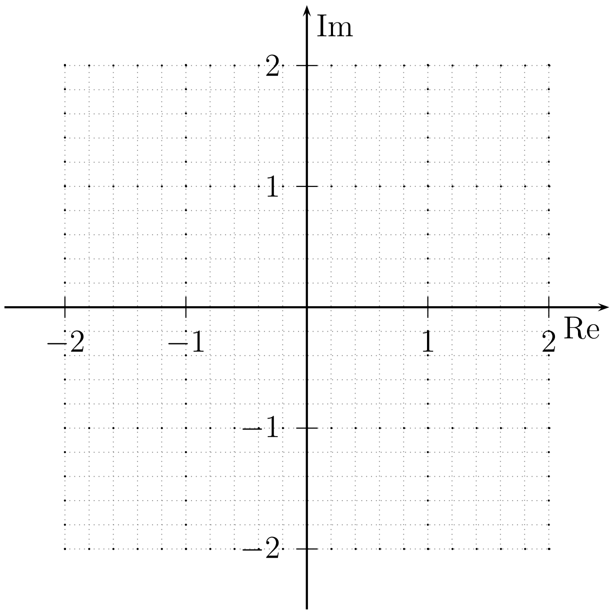
$BC =$ $\qquad$ $AC =$ $\qquad$ $C^{\mathsf{T}}A =$

Aufgabe 3 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\mathcal{L}$ der Ungleichung $\quad 1 \leqq \dfrac{1}{|x|-4}$.

$\mathcal{L} =$

Aufgabe 4 (*2 Punkte*) Zeichnen Sie die folgende Menge M in die komplexe Ebene ein.

$$M = \left\{ z \in \mathbb{C} \;\middle|\; |z| \leqq 2 \text{ und } \arg z \in \left[0, \frac{3\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{4}, 2\pi\right] \right\}$$



Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Gegeben sind die Vektoren

$$u = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad v = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie:

$|u| =$ $\qquad \langle u \mid v \rangle =$ $\qquad u \times v =$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie alle Nullstellen des folgenden Polynoms. Geben Sie dabei die Nullstellen in der Form $a + b\,i$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

$$p(z) = z^4 - 2z^3 - z + 2$$

Aufgabe 7 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie den Schnittpunkt S der Ebene E und der Geraden g.

$$E\colon -x_1 + x_2 - x_3 = 0 \qquad g\colon x = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

$S =$ ☐

Aufgabe 8 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die Lösungsmengen folgender linearer Gleichungssysteme.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 5 & -4 & 7 \\ 3 & -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$\mathcal{L} =$ ☐ $\qquad \mathcal{L} =$ ☐

Aufgabe 9 (*4 Punkte*)

Gegeben sei die Matrix A durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Determinante und die Inverse von A.

$\det A =$ ☐ $\qquad A^{-1} =$ ☐

Aufgabe 10 (*2 Punkte*) Gegeben sind die folgenden Abbildungen $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ und $g\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$. Untersuchen Sie, ob die Abbildungen linear sind. Falls die Abbildung linear ist, geben Sie die Matrix der Abbildung bezüglich der Standardbasen von $\mathbb{R}^3$ und $\mathbb{R}^2$ an. Falls die Abbildung nicht linear ist, tragen Sie „nicht linear“ ein.

$$f\colon \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x + y \\ -x - 3y \\ y \end{pmatrix} \qquad g\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x + 2y - z \\ -5x + 3 \end{pmatrix}$$

☐ ☐

Aufgabe 11 (*3 Punkte*) Gegeben ist die folgende lineare Abbildung

$$f\colon\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon\ x \mapsto Ax \quad \text{mit } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

sowie die Basis B bestehend aus

$$b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad b_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie ${}_E\mathrm{id}_B$, ${}_B\mathrm{id}_E$ und ${}_Bf_B$.

${}_E\mathrm{id}_B = \boxed{}$ ${}_B\mathrm{id}_E = \boxed{}$ ${}_Bf_B = \boxed{}$

Aufgabe 12 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie, ob die folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv und/oder bijektiv sind. Tragen Sie "ja" in den Kasten ein, falls die gegebene Funktion die entsprechende Eigenschaft hat. Anderenfalls tragen Sie "nein" ein.

	injektiv	surjektiv	bijektiv
$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon x \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} x$			
$g\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2\colon x \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} x$			
$h\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3\colon x \mapsto \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -4 & 4 \end{pmatrix} x$			

Name, Vorname: | **Matrikel-Nummer:** | **Studiengang:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Summe
Punkte	/1	/3	/2	/2	/3	/4	/2	/3	/4	/2	/3	/3	/32

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Gegeben sind die folgenden Matrizen.

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie, wenn möglich, die folgenden Matrizenprodukte. Tragen Sie „nicht definiert“ in den Kasten ein, falls die Multiplikation nicht möglich ist.

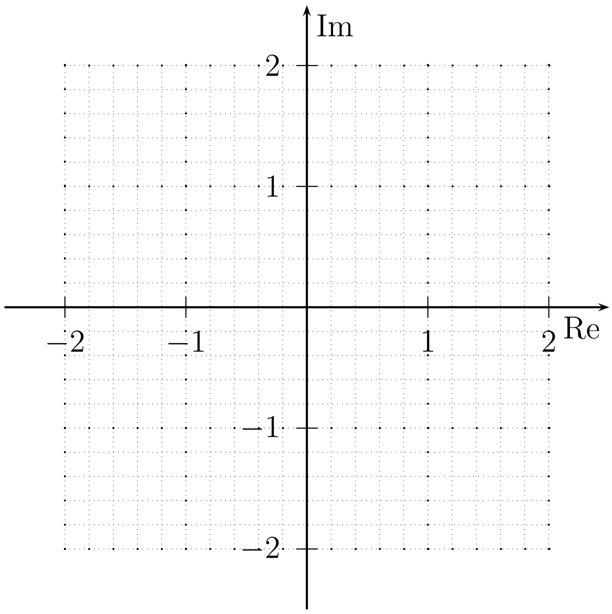
$AC =$ $\qquad$ $BC =$ $\qquad$ $C^{\mathsf{T}} A =$

Aufgabe 3 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\mathcal{L}$ der Ungleichung $\quad 2 \leqq \dfrac{1}{|x|-3}$.

$\mathcal{L} =$

Aufgabe 4 (*2 Punkte*) Zeichnen Sie die folgende Menge M in die komplexe Ebene ein.

$$M = \left\{ z \in \mathbb{C} \;\middle|\; |z| \leqq 2 \text{ und } \arg z \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, 2\pi\right] \right\}$$



Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Gegeben sind die Vektoren

$$u = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad v = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie:

$|u| =$ $\qquad \langle u \,|\, v \rangle =$ $\qquad u \times v =$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie alle Nullstellen des folgenden Polynoms. Geben Sie dabei die Nullstellen in der Form $a + b\,i$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

$$p(z) = z^4 - 3z^3 + z - 3$$

Aufgabe 7 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie den Schnittpunkt S der Ebene E und der Geraden g.

$$E\colon x_1 + x_2 + x_3 = 0 \qquad g\colon x = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

$$S = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die Lösungsmengen folgender linearer Gleichungssysteme.

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -2 & -4 & 4 \\ -3 & -5 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{L} = \boxed{} \qquad \mathcal{L} = \boxed{}$$

Aufgabe 9 (*4 Punkte*)

Gegeben sei die Matrix A durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 5 & -1 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Determinante und die Inverse von A.

$$\det A = \boxed{} \qquad A^{-1} = \boxed{}$$

Aufgabe 10 (*2 Punkte*) Gegeben sind die folgenden Abbildungen $f\colon\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ und $g\colon\ \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$. Untersuchen Sie, ob die Abbildungen linear sind. Falls die Abbildung linear ist, geben Sie die Matrix der Abbildung bezüglich der Standardbasen von $\mathbb{R}^3$ und $\mathbb{R}^2$ an. Falls die Abbildung nicht linear ist, tragen Sie „nicht linear“ ein.

$$f\colon \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -x-3y \\ y+3 \\ 2x+y \end{pmatrix} \quad \boxed{} \qquad g\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 3x-3y+2z \\ -2x-z \end{pmatrix} \quad \boxed{}$$

Aufgabe 11 (*3 Punkte*) Gegeben ist die folgende lineare Abbildung

$$f\colon\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon\ x \mapsto Ax \quad \text{mit } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

sowie die Basis B bestehend aus

$$b_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad b_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie ${}_E\mathrm{id}_B$, ${}_B\mathrm{id}_E$ und ${}_Bf_B$.

${}_E\mathrm{id}_B = \boxed{}$ ${}_B\mathrm{id}_E = \boxed{}$ ${}_Bf_B = \boxed{}$

Aufgabe 12 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie, ob die folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv und/oder bijektiv sind. Tragen Sie "ja" in den Kasten ein, falls die gegebene Funktion die entsprechende Eigenschaft hat. Anderenfalls tragen Sie "nein" ein.

	injektiv	surjektiv	bijektiv
$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3\colon x \mapsto \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 1 & -1 \\ -4 & 4 \end{pmatrix} x$			
$g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon x \mapsto \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} x$			
$h\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2\colon x \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} x$			

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Summe
Punkte	/1	/3	/2	/2	/3	/4	/2	/3	/4	/2	/3	/3	/32

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Gegeben sind die folgenden Matrizen.

$$A = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 2 \\ -3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie, wenn möglich, die folgenden Matrizenprodukte. Tragen Sie „nicht definiert“ in den Kasten ein, falls die Multiplikation nicht möglich ist.

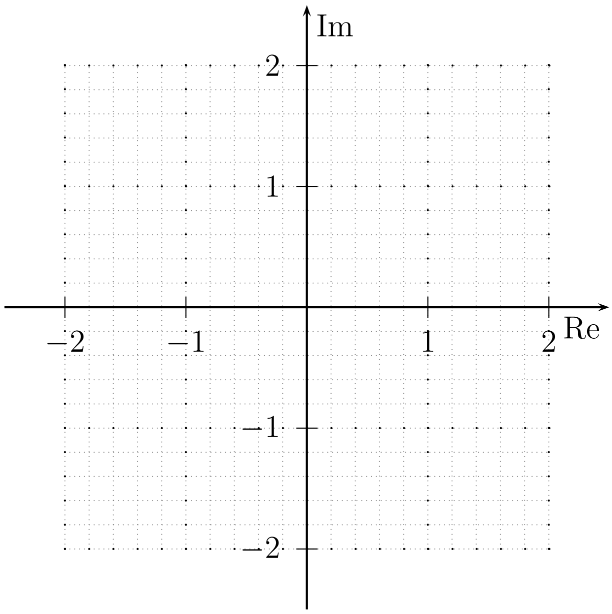
$BC =$ $AC =$ $C^\mathsf{T} A =$

Aufgabe 3 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\mathcal{L}$ der Ungleichung $\quad 3 \leqq \dfrac{1}{|x|-2}$.

$\mathcal{L} =$

Aufgabe 4 (*2 Punkte*) Zeichnen Sie die folgende Menge M in die komplexe Ebene ein.

$$M = \left\{ z \in \mathbb{C} \;\middle|\; |z| \leqq 2 \text{ und } \arg z \in \left[0, \frac{3\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{4}, 2\pi\right] \right\}$$



Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Gegeben sind die Vektoren

$$u = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad v = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie:

$|v| =$ $\qquad \langle u \,|\, v \rangle =$ $\qquad u \times v =$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie alle Nullstellen des folgenden Polynoms. Geben Sie dabei die Nullstellen in der Form $a + b\,i$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

$$p(z) = z^4 + 2z^3 - z - 2$$

Aufgabe 7 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie den Schnittpunkt S der Ebene E und der Geraden g.

$$E\colon 3x_1 + x_2 + x_3 = 0 \qquad g\colon x = \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

$$S = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die Lösungsmengen folgender linearer Gleichungssysteme.

$$\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -3 & 3 & 6 \\ -4 & 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{L} = \boxed{} \qquad \mathcal{L} = \boxed{}$$

Aufgabe 9 (*4 Punkte*)

Gegeben sei die Matrix A durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Determinante und die Inverse von A.

$$\det A = \boxed{} \qquad A^{-1} = \boxed{}$$

Aufgabe 10 (*2 Punkte*) Gegeben sind die folgenden Abbildungen $f\colon\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ und $g\colon\ \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$. Untersuchen Sie, ob die Abbildungen linear sind. Falls die Abbildung linear ist, geben Sie die Matrix der Abbildung bezüglich der Standardbasen von $\mathbb{R}^3$ und $\mathbb{R}^2$ an. Falls die Abbildung nicht linear ist, tragen Sie „nicht linear“ ein.

$$f\colon \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 5x + y \\ -5x - y \\ -4x - 4y \end{pmatrix} \boxed{} \qquad g\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 5x + 2 + 4z \\ 3y + 3z \end{pmatrix} \boxed{}$$

Aufgabe 11 (*3 Punkte*) Gegeben ist die folgende lineare Abbildung

$$f\colon\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon\ x \mapsto Ax \quad \text{mit } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

sowie die Basis B bestehend aus

$$b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad b_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie ${}_E\mathrm{id}_B$, ${}_B\mathrm{id}_E$ und ${}_Bf_B$.

$${}_E\mathrm{id}_B = \boxed{} \qquad {}_B\mathrm{id}_E = \boxed{} \qquad {}_Bf_B = \boxed{}$$

Aufgabe 12 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie, ob die folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv und/oder bijektiv sind. Tragen Sie "ja" in den Kasten ein, falls die gegebene Funktion die entsprechende Eigenschaft hat. Anderenfalls tragen Sie "nein" ein.

	injektiv	surjektiv	bijektiv
$f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2\colon x \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix} x$			
$g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3\colon x \mapsto \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 1 & -1 \\ -4 & 4 \end{pmatrix} x$			
$h\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon x \mapsto \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x$			

Name, Vorname: | **Matrikel-Nummer:** | **Studiengang:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Summe
Punkte	/1	/3	/2	/2	/3	/4	/2	/3	/4	/2	/3	/3	/32

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Gegeben sind die folgenden Matrizen.

$$A = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie, wenn möglich, die folgenden Matrizenprodukte. Tragen Sie „nicht definiert“ in den Kasten ein, falls die Multiplikation nicht möglich ist.

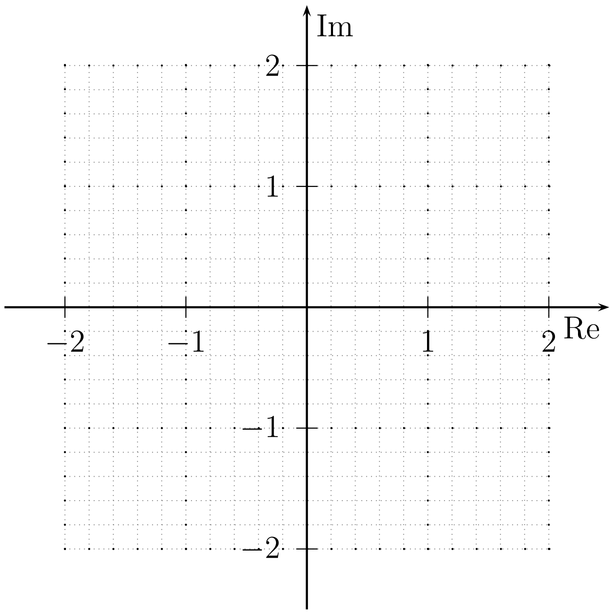
$AC =$ $\qquad$ $BC =$ $\qquad$ $C^{\mathsf{T}}A =$

Aufgabe 3 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\mathcal{L}$ der Ungleichung $\quad 4 \leqq \dfrac{1}{|x|-1}\,.$

$\mathcal{L} =$

Aufgabe 4 (*2 Punkte*) Zeichnen Sie die folgende Menge M in die komplexe Ebene ein.

$$M = \left\{ z \in \mathbb{C} \;\middle|\; |z| \leqq 2 \text{ und } \arg z \in \left[0, \frac{5\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{7\pi}{4}, 2\pi\right] \right\}$$



Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Gegeben sind die Vektoren

$$u = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad v = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie:

$|v| =$ $\qquad \langle u \,|\, v \rangle =$ $\qquad u \times v =$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie alle Nullstellen des folgenden Polynoms. Geben Sie dabei die Nullstellen in der Form $a + b\,i$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

$$p(z) = z^4 + 3z^3 + z + 3$$

Aufgabe 7 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie den Schnittpunkt S der Ebene E und der Geraden g.

$$E\colon\ -x_1+2x_2-5x_3=0 \qquad g\colon x=\begin{pmatrix}2\\1\\-6\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix},\quad t\in\mathbb{R}$$

$$S=\boxed{}$$

Aufgabe 8 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die Lösungsmengen folgender linearer Gleichungssysteme.

$$\begin{pmatrix}4&3\\-3&-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}-4&3&-5\\5&-5&5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-7\\5\end{pmatrix}$$

$$\mathcal{L}=\boxed{} \qquad \mathcal{L}=\boxed{}$$

Aufgabe 9 (*4 Punkte*)

Gegeben sei die Matrix A durch

$$A=\begin{pmatrix}1&2&0\\3&3&-2\\0&-1&-1\end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Determinante und die Inverse von A.

$$\det A=\boxed{} \qquad A^{-1}=\boxed{}$$

Aufgabe 10 (*2 Punkte*) Gegeben sind die folgenden Abbildungen $f\colon\ \mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$ und $g\colon\ \mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$. Untersuchen Sie, ob die Abbildungen linear sind. Falls die Abbildung linear ist, geben Sie die Matrix der Abbildung bezüglich der Standardbasen von $\mathbb{R}^3$ und $\mathbb{R}^2$ an. Falls die Abbildung nicht linear ist, tragen Sie „nicht linear“ ein.

$$f\colon\ \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\mapsto\begin{pmatrix}-4x-4y\\5+y\\3x+2y\end{pmatrix}\ \boxed{} \qquad g\colon\ \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\mapsto\begin{pmatrix}4x+z\\2x+5y-2z\end{pmatrix}\ \boxed{}$$

Aufgabe 11 (*3 Punkte*) Gegeben ist die folgende lineare Abbildung

$$f\colon\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon\ x \mapsto Ax \quad \text{mit } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

sowie die Basis B bestehend aus

$$b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad b_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie ${}_E\mathrm{id}_B$, ${}_B\mathrm{id}_E$ und ${}_Bf_B$.

${}_E\mathrm{id}_B =$ ☐ ${}_B\mathrm{id}_E =$ ☐ ${}_Bf_B =$ ☐

Aufgabe 12 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie, ob die folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv und/oder bijektiv sind. Tragen Sie "ja" in den Kasten ein, falls die gegebene Funktion die entsprechende Eigenschaft hat. Anderenfalls tragen Sie "nein" ein.

	injektiv	surjektiv	bijektiv
$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3: x \mapsto \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \\ -4 & 4 \end{pmatrix} x$			
$g: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2: x \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 7 \end{pmatrix} x$			
$h: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2: x \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} x$			
