

Name,
Vorname:Matrikel-
Nummer:Studien-
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/2	/3	/3	/8	/3	/5	/6	/34

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	$\ln x $	b^x	$\sin x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\frac{1}{x}$	$\ln b \cdot b^x$	$\cos x$
$f(x)$	$\tan x$	$\arctan x$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\cos x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\cosh x$	$\sinh x$	$-\sin x$

 $(a \in \mathbb{R})$ $(b \in \mathbb{R}^+)$

x	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (3 Punkte) Tragen Sie für die folgenden Reihe entweder den Grenzwert – falls Konvergenz vorliegt – oder „divergent“ in das entsprechende Kästchen ein.

$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{6}{7}\right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{(-3)^k}$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2k+2}}{(2k+1)!}$

Aufgabe 3 (2 Punkte) Bestimmen Sie den Konvergenzradius ρ der folgenden Potenzreihen.

$$\sum_{n=0}^{\infty} 3^n z^{2n} \quad \rho = \boxed{}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{z}{3-5i}\right)^k \quad \rho = \boxed{}$$

Aufgabe 4 (3 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x(x+5)} - \sqrt{x^2 - 2x + 3} \right) = \boxed{}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(x)}{e^x} = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (3 Punkte) Berechnen Sie die unbestimmten Integrale:

$$\int x^2 \sin(x) \, dx = \boxed{}$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (5 Punkte)

- (a) Sei \tilde{K} die geradlinige Verbindung von $(-2, 2)^\top$ nach $(-1, 1)^\top$. Bestimmen Sie eine Parametrisierung \tilde{C} von \tilde{K} mit Parameterintervall $[0, 1]$:

$$\tilde{C}: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2: t \mapsto \left(\boxed{}, \boxed{} \right)^\top$$

- (b) Sei nun eine Kurve K durch die Parametrisierung $C: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2: t \mapsto (-t - 1, t + 1)^\top$ sowie das Vektorfeld

$$g: (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \rightarrow \mathbb{R}^2: (u, v)^\top \mapsto \left(u + \frac{u}{v}, v + 5\frac{v}{u} \right)^\top$$

gegeben. Berechnen Sie $\int_C g(x) \bullet dx = \boxed{}$.

Aufgabe 9 (6 Punkte) Die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto 3 - \frac{3}{4}x - y$$

soll unter der Nebenbedingung $g(x, y) = 0$ mit

$$g(x, y) = 4x^2 + 4y^2 - 9$$

auf Extrema untersucht werden. Berechnen Sie die Gradienten von f und g .

$$\text{grad } f(x, y) = \boxed{} \quad \text{grad } g(x, y) = \boxed{}$$

Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion unter dieser Nebenbedingung ihre Maxima und Minima annimmt, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ

Name,
Vorname:Matrikel-
Nummer:Studien-
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/2	/3	/3	/8	/3	/5	/6	/34

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	$\ln x $	b^x	$\sin x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\frac{1}{x}$	$\ln b \cdot b^x$	$\cos x$
$f(x)$	$\tan x$	$\arctan x$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\cos x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\cosh x$	$\sinh x$	$-\sin x$

 $(a \in \mathbb{R})$ $(b \in \mathbb{R}^+)$

x	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (3 Punkte) Tragen Sie für die folgenden Reihe entweder den Grenzwert – falls Konvergenz vorliegt – oder „divergent“ in das entsprechende Kästchen ein.

$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2k}}{(2k+1)!}$	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+2}{4n^2}$

Aufgabe 3 (2 Punkte) Bestimmen Sie den Konvergenzradius ρ der folgenden Potenzreihen.

$$\sum_{n=0}^{\infty} 5^n z^{2n} \quad \rho = \boxed{}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{z}{-4+5i}\right)^k \quad \rho = \boxed{}$$

Aufgabe 4 (3 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin(2x)}{e^{-x}} = \boxed{}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x(x+2)} - \sqrt{x^2 - 7x + 3} \right) = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (3 Punkte) Berechnen Sie die unbestimmten Integrale:

$$\int x^2 \cos(x) \, dx = \boxed{}$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{2-x^2}} \, dx = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (8 Punkte)

Gegeben ist die Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \frac{x^2 + 2x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1}$.

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $D \subseteq \mathbb{R}$ von f .

$$D = \boxed{\phantom{\text{Definitionsbereich}}}$$

Kreuzen Sie den richtigen Ansatz zur Bestimmung der Partialbruchzerlegung von f an.

$f(x) = \frac{A + Bx}{x - 1} + \frac{C}{x^2 + 1}$

$f(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

$f(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x - 1} + \frac{C}{x + 1}$.

Daraus ergibt sich für die verwendeten Konstanten:

$$A = \boxed{}$$

$$B = \boxed{}$$

$$C = \boxed{}$$

Somit lautet eine Stammfunktion F von f :

$$F(x) = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (3 Punkte) Gegeben sei die Funktion

$$f : (-\infty, 1] \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \sqrt[4]{1 - x}.$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f .

$$f'(x) = \boxed{}$$

$$f''(x) = \boxed{}$$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f, x, 0)$ der Stufe 2 um den Punkt 0 auf.

$$T_2(f, x, 0) = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (5 Punkte)

- (a) Sei \tilde{K} die geradlinige Verbindung von $(-2, 2)^\top$ nach $(-1, 1)^\top$. Bestimmen Sie eine Parametrisierung \tilde{C} von \tilde{K} mit Parameterintervall $[0, 1]$:

$$\tilde{C}: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2: t \mapsto \left(\boxed{}, \boxed{} \right)^\top$$

- (b) Sei nun eine Kurve K durch die Parametrisierung $C: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2: t \mapsto (-t - 1, t + 1)^\top$ sowie das Vektorfeld

$$g: (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \rightarrow \mathbb{R}^2: (u, v)^\top \mapsto \left(v + 4\frac{v}{u}, u + 6\frac{u}{v} \right)^\top$$

gegeben. Berechnen Sie $\int_C g(x) \bullet dx = \boxed{}$.

Aufgabe 9 (6 Punkte) Die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto -1 - \frac{3}{4}y + x$$

soll unter der Nebenbedingung $g(x, y) = 0$ mit

$$g(x, y) = 4x^2 + 4y^2 - 9$$

auf Extrema untersucht werden. Berechnen Sie die Gradienten von f und g .

$$\text{grad } f(x, y) = \boxed{} \quad \text{grad } g(x, y) = \boxed{}$$

Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion unter dieser Nebenbedingung ihre Maxima und Minima annimmt, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ

Name,
Vorname:Matrikel-
Nummer:Studien-
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/2	/3	/3	/8	/3	/5	/6	/34

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	$\ln x $	b^x	$\sin x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\frac{1}{x}$	$\ln b \cdot b^x$	$\cos x$
$f(x)$	$\tan x$	$\arctan x$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\cos x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\cosh x$	$\sinh x$	$-\sin x$

 $(a \in \mathbb{R})$ $(b \in \mathbb{R}^+)$

x	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (3 Punkte) Tragen Sie für die folgenden Reihe entweder den Grenzwert – falls Konvergenz vorliegt – oder „divergent“ in das entsprechende Kästchen ein.

$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{(-5)^k}$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \pi^{2k+1}}{(2k)!}$

Aufgabe 3 (2 Punkte) Bestimmen Sie den Konvergenzradius ρ der folgenden Potenzreihen.

$$\sum_{n=0}^{\infty} 2^n z^{2n} \quad \rho = \boxed{}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{z}{-2+4i}\right)^k \quad \rho = \boxed{}$$

Aufgabe 4 (3 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x(x-1)} - \sqrt{x^2 + 4x + 3} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\sin(x)}{e^{3x}} =$$

Aufgabe 5 (3 Punkte) Berechnen Sie die unbestimmten Integrale:

$$\int x^2 \sinh(x) \, dx =$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \, dx =$$

Aufgabe 8 (5 Punkte)

- (a) Sei \tilde{K} die geradlinige Verbindung von $(2, -2)^\top$ nach $(1, -1)^\top$. Bestimmen Sie eine Parametrisierung \tilde{C} von \tilde{K} mit Parameterintervall $[0, 1]$:

$$\tilde{C}: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2: t \mapsto \left(\boxed{}, \boxed{} \right)^\top$$

- (b) Sei nun eine Kurve K durch die Parametrisierung $C: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2: t \mapsto (t + 1, -t - 1)^\top$ sowie das Vektorfeld

$$g: (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \rightarrow \mathbb{R}^2: (u, v)^\top \mapsto \left(u + 3\frac{u}{v}, v + 5\frac{v}{u} \right)^\top$$

gegeben. Berechnen Sie $\int_C g(x) \bullet dx = \boxed{}$.

Aufgabe 9 (6 Punkte) Die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto 2 + \frac{3}{4}y - x$$

soll unter der Nebenbedingung $g(x, y) = 0$ mit

$$g(x, y) = 4x^2 + 4y^2 - 9$$

auf Extrema untersucht werden. Berechnen Sie die Gradienten von f und g .

$$\text{grad } f(x, y) = \boxed{}$$

$$\text{grad } g(x, y) = \boxed{}$$

Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion unter dieser Nebenbedingung ihre Maxima und Minima annimmt, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ

Name,
Vorname:Matrikel-
Nummer:Studien-
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/2	/3	/3	/8	/3	/5	/6	/34

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	$\ln x $	b^x	$\sin x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\frac{1}{x}$	$\ln b \cdot b^x$	$\cos x$
$f(x)$	$\tan x$	$\arctan x$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\cos x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\cosh x$	$\sinh x$	$-\sin x$

 $(a \in \mathbb{R})$ $(b \in \mathbb{R}^+)$

x	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (3 Punkte) Tragen Sie für die folgenden Reihe entweder den Grenzwert – falls Konvergenz vorliegt – oder „divergent“ in das entsprechende Kästchen ein.

$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{4}{5}\right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \pi^{2k-1}}{(2k)!}$	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+4}{2n^2}$

Aufgabe 3 (2 Punkte) Bestimmen Sie den Konvergenzradius ρ der folgenden Potenzreihen.

$$\sum_{n=0}^{\infty} 7^n z^{2n} \quad \rho = \boxed{}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{z}{5-2i}\right)^k \quad \rho = \boxed{}$$

Aufgabe 4 (3 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sin(x)}{e^{-3x}} = \boxed{}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x(x-2)} - \sqrt{x^2 + x + 3} \right) = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (3 Punkte) Berechnen Sie die unbestimmten Integrale:

$$\int x^2 \cosh(x) \, dx = \boxed{}$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} \, dx = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (5 Punkte)

- (a) Sei \tilde{K} die geradlinige Verbindung von $(2, -2)^\top$ nach $(1, -1)^\top$. Bestimmen Sie eine Parametrisierung \tilde{C} von \tilde{K} mit Parameterintervall $[0, 1]$:

$$\tilde{C}: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2: t \mapsto \left(\boxed{}, \boxed{} \right)^\top$$

- (b) Sei nun eine Kurve K durch die Parametrisierung $C: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2: t \mapsto (t+1, -t-1)^\top$ sowie das Vektorfeld

$$g: (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \rightarrow \mathbb{R}^2: (u, v)^\top \mapsto \left(v + 4\frac{v}{u}, u + 6\frac{u}{v} \right)^\top$$

gegeben. Berechnen Sie $\int_C g(x) \bullet dx = \boxed{}$.

Aufgabe 9 (6 Punkte) Die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto 1 + \frac{3}{4}x + y$$

soll unter der Nebenbedingung $g(x, y) = 0$ mit

$$g(x, y) = 4x^2 + 4y^2 - 9$$

auf Extrema untersucht werden. Berechnen Sie die Gradienten von f und g .

$$\text{grad } f(x, y) = \boxed{} \quad \text{grad } g(x, y) = \boxed{}$$

Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion unter dieser Nebenbedingung ihre Maxima und Minima annimmt, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ