Name, Vorname: | **Matrikel-Nummer:** | **Studien-gang:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/4	/3	/4	/6	/5	/5	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen könnten hilfreich sein:

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan(x)$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\big(\cos(x)\big)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan(x)$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$a, b \in \mathbb{R},\ b > 0$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte. Tragen Sie „divergent“ ein, falls kein Grenzwert existiert.

$$\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{2}{4k-3} = \qquad\qquad \lim_{n\to+\infty} \sum_{k=3}^{n} \frac{3^k}{(k-3)!} =$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{2n+(-1)^n}{3n} = \qquad\qquad \lim_{x\to 1} \frac{\ln(x)}{1-x^5} =$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^{2k}}{4^k}$	$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k k!(2+z)^k$	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z-3+i}{k}\right)^k$
z_0			
ρ			

Aufgabe 4 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie für die Funktion

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}: x \mapsto x^2 e^{-\frac{x^2}{2}}$$

die erste und zweite Ableitung:

$f'(x) =$

$f''(x) =$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f, x, x_0)$ der Stufe 2 um den Punkt $x_0 = 2$ auf.

$T_2(f, x, 2) =$

Aufgabe 5 (*6 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int x e^{\frac{x}{2}} \,\mathrm{d}\, x =$$

$$\int \left(1 + 2(\cos x)^3\right) \mathrm{d}\, x =$$

$$\int \frac{x-3}{x^2 - 3x + 2} \,\mathrm{d}\, x =$$

Aufgabe 6 (*5 Punkte*) Bestimmen Sie für die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto (y^2-4x)(x-9)$$

den Gradienten und die Hesse-Matrix.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix} \quad \mathrm{H}\, f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von f sowie deren Typ.

Aufgabe 7 (*5 Punkte*) Gegeben ist das Vektorfeld

$$g\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4\colon \begin{pmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} xy \\ wy + \cos(xyz)yz - e^{y-z} \\ wx + \cos(xyz)xz - xe^{y-z} \\ \cos(xyz)xy + xe^{y-z} \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie ein Potential U von g.

$$U(w,x,y,z) = \boxed{}$$

Geben Sie ein Vektorfeld h an, das das Potential

$$V\colon \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto y + x\ln\left(xy^3\right)$$

besitzt.

$$h(x,y) = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*3 Punkte*) Berechnen Sie Divergenz, Rotation und Jacobimatrix des Vektorfeldes

$$f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} (e^{x^2})y \\ \sin(xy) \\ x^2 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{div} f(x,y,z) = \boxed{}$$

$$\operatorname{rot} f(x,y,z) = \boxed{} \qquad \mathrm{J}\, f(x,y,z) = \boxed{}$$

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/4	/3	/4	/6	/5	/5	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen könnten hilfreich sein:

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan(x)$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\big(\cos(x)\big)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan(x)$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$a, b \in \mathbb{R},\ b > 0$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte. Tragen Sie „divergent“ ein, falls kein Grenzwert existiert.

$$\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{3}{4}\right)^{k+2} = \qquad\qquad \lim_{n\to+\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{2}{11k-5} =$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n+(-1)^n}{2n} = \qquad\qquad \lim_{x\to 1} \frac{\ln(x)}{1-x^4} =$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z-1+i}{k}\right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^{2k}}{3^k}$	$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k k! (7+z)^k$
z_0			
ρ			

Aufgabe 4 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie für die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto x^2 e^{-x^2}$$

die erste und zweite Ableitung:

$f'(x) =$

$f''(x) =$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f, x, x_0)$ der Stufe 2 um den Punkt $x_0 = 2$ auf.

$T_2(f, x, 2) =$

Aufgabe 5 (*6 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int x e^{2x} \,\mathrm{d}\, x =$$

$$\int \left(1 - 2(\sin x)^3\right) \mathrm{d}\, x =$$

$$\int \frac{x-5}{x^2 - x - 2} \,\mathrm{d}\, x =$$

Aufgabe 6 (*5 Punkte*) Bestimmen Sie für die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto (y^2+4x)(x+9)$$

den Gradienten und die Hesse-Matrix.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix} \quad \mathrm{H}\, f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von f sowie deren Typ.

Aufgabe 7 (*5 Punkte*) Gegeben ist das Vektorfeld

$$g\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4\colon \begin{pmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} xz \\ wz + \cos(xyz)yz - ye^{x-z} \\ \cos(xyz)xz - e^{x-z} \\ wx + \cos(xyz)xy + ye^{x-z} \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie ein Potential U von g.

$$U(w,x,y,z) = \boxed{}$$

Geben Sie ein Vektorfeld h an, das das Potential

$$V\colon \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto y + y\ln\left(x^2y\right)$$

besitzt.

$$h(x,y) = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*3 Punkte*) Berechnen Sie Divergenz, Rotation und Jacobimatrix des Vektorfeldes

$$f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} e^x y \\ \sin(x^2 y) \\ y^2 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{div} f(x,y,z) = \boxed{}$$

$$\operatorname{rot} f(x,y,z) = \boxed{} \qquad \mathrm{J}\, f(x,y,z) = \boxed{}$$

Name, Vorname: | **Matrikel-Nummer:** | **Studien-gang:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/4	/3	/4	/6	/5	/5	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen könnten hilfreich sein:

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan(x)$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\left(\cos(x)\right)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan(x)$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$a, b \in \mathbb{R},\ b > 0$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte. Tragen Sie „divergent“ ein, falls kein Grenzwert existiert.

$$\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{2}{6k-5} = \qquad\qquad \lim_{n\to+\infty} \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{5}{9}\right)^{k+1} =$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n+(-1)^n}{4n} = \qquad\qquad \lim_{x\to 1} \frac{\ln(x)}{1-x^3} =$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k k!(3+z)^k$	$\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{z+i-1}{k}\right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{z^{2k}}{9^k}$
z_0			
ρ			

Aufgabe 4 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie für die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto -x^2 e^{-\frac{x^2}{2}}$$

die erste und zweite Ableitung:

$f'(x) =$

$f''(x) =$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f, x, x_0)$ der Stufe 2 um den Punkt $x_0 = 2$ auf.

$T_2(f, x, 2) =$

Aufgabe 5 (*6 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int x e^{\frac{x}{3}}\,\mathrm{d}\,x =$$

$$\int \left(2 - (\cos x)^3\right)\mathrm{d}\,x =$$

$$\int \frac{x+3}{x^2+3x+2}\,\mathrm{d}\,x =$$

Aufgabe 6 (*5 Punkte*) Bestimmen Sie für die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto (y^2 - 9x)(x-9)$$

den Gradienten und die Hesse-Matrix.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix} \quad \mathrm{H}\, f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von f sowie deren Typ.

Aufgabe 7 (*5 Punkte*) Gegeben ist das Vektorfeld

$$g\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4\colon \begin{pmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} xy \\ wy - \sin(xyz)yz \\ wx - \sin(xyz)xz + ze^{y-z} \\ -\sin(xyz)xy + e^{y-z} - ze^{y-z} \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie ein Potential U von g.

$$U(w,x,y,z) = \boxed{}$$

Geben Sie ein Vektorfeld h an, das das Potential

$$V\colon \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto x + x\ln\left(xy^3\right)$$

besitzt.

$$h(x,y) = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*3 Punkte*) Berechnen Sie Divergenz, Rotation und Jacobimatrix des Vektorfeldes

$$f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} (e^{y^2})x \\ \sin(xy) \\ y^2 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{div} f(x,y,z) = \boxed{}$$

$$\operatorname{rot} f(x,y,z) = \boxed{} \qquad \mathrm{J}\, f(x,y,z) = \boxed{}$$

Name, Vorname: | **Matrikel-Nummer:** | **Studiengang:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/4	/3	/4	/6	/5	/5	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen könnten hilfreich sein:

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan(x)$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\big(\cos(x)\big)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan(x)$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$a, b \in \mathbb{R},\ b > 0$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte. Tragen Sie „divergent" ein, falls kein Grenzwert existiert.

$$\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{(-2)^k (k-2)!} = \qquad\qquad \lim_{n\to+\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{7}{6k-5} =$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{4n+(-1)^n}{3n} = \qquad\qquad \lim_{x\to 1} \frac{\ln(x)}{1-x^2} =$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^{2k}}{7^k}$	$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k k!(5+z)^k$	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z-i+2}{k}\right)^k$
z_0			
ρ			

Aufgabe 4 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie für die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto -x^2 e^{-x^2}$$

die erste und zweite Ableitung:

$f'(x) =$

$f''(x) =$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f, x, x_0)$ der Stufe 2 um den Punkt $x_0 = 2$ auf.

$T_2(f, x, 2) =$

Aufgabe 5 (*6 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$\int x e^{3x} \,\mathrm{d}\,x =$

$\int \left(2 + (\sin x)^3\right) \mathrm{d}\,x =$

$\int \frac{x+5}{x^2+x-2} \,\mathrm{d}\,x =$

Aufgabe 6 (*5 Punkte*) Bestimmen Sie für die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto (y^2+9x)(x+9)$$

den Gradienten und die Hesse-Matrix.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix} \qquad \mathrm{H}\, f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von f sowie deren Typ.

Aufgabe 7 (*5 Punkte*) Gegeben ist das Vektorfeld

$$g\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4\colon \begin{pmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} yz \\ \cos(xyz)yz + ye^{z-x} \\ wz + \cos(xyz)xz - e^{z-x} \\ wy + \cos(xyz)xy - ye^{z-x} \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie ein Potential U von g.

$$U(w,x,y,z) = \boxed{}$$

Geben Sie ein Vektorfeld h an, das das Potential

$$V\colon \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto x + y\ln\left(x^2 y\right)$$

besitzt.

$$h(x,y) = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*3 Punkte*) Berechnen Sie Divergenz, Rotation und Jacobimatrix des Vektorfeldes

$$f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} e^y x \\ \sin(xy^2) \\ x^2 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{div} f(x,y,z) = \boxed{}$$

$$\operatorname{rot} f(x,y,z) = \boxed{} \qquad \mathrm{J}\, f(x,y,z) = \boxed{}$$