Name, Vorname: | **Matrikel-Nummer:** | **Studiengang:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe
Punkte	/1	/2	/3	/3	/3	/5	/4	/3	/4	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein:

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\left(\cos(x)\right)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*)

Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie die Werte der folgenden Reihen.

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(-3)^{k+1}} = \qquad\qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k!} =$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgende Grenzwerte.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2x^2}{1-4x^2} = \boxed{} \qquad \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{\cos x}{\sqrt{x}} - 1\right) = \boxed{}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2x^2}{1-4x^2} + 2^{\frac{1}{2x}}\right) = \boxed{}$$

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie jeweils den Entwicklungspunkt z_0 und den Konvergenzradius ρ der folgenden Reihen.

	z_0	ρ
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+2)^n}{2^n n}$		
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-1)^n}{(2n)!}$		

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto e^{\cos(2x)}\,.$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f.

$$f'(x) = \boxed{}$$

$$f''(x) = \boxed{}$$

Stellen Sie das in $x_0 = \frac{\pi}{4}$ entwickelte Taylorpolynom zweiter Stufe $T_2\left(f,\, x,\, \frac{\pi}{4}\right)$ auf.

$$T_2\left(f,\, x,\, \frac{\pi}{4}\right) = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*5 Punkte*) Geben Sie die Partialbruchzerlegung an

$$\frac{7-x}{x^2+x-6} = \boxed{}$$

Berechnen Sie folgende Integrale

$$\int \frac{7-x}{x^2+x-6}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int x^2 \ln(3x)\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie alle Extrema der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \colon (x, y) \mapsto x + y + 4$$

unter Nebenbedingung $g(x, y) = 0$ mit

$$g : (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \to \mathbb{R} \colon (x, y) \mapsto \frac{1}{2} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\,.$$

Berechnen Sie den Gradienten von f und g:

$$\operatorname{grad} f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix} \qquad \operatorname{grad} g(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion unter der Nebenbedingung ihre Maxima und Minima annimmt, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ

Aufgabe 8 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale. Falls das uneigentliche Integral nicht existiert, tragen Sie „divergent“ ein.

$$\int \frac{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{\cos\left(\frac{x}{2}\right)}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{} \qquad \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{\cos\left(\frac{x}{2}\right)}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 9 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie eine Parametrisierung $C\colon [0,1] \to \mathbb{R}^2$ der geraden Strecke vom Punkt $(2,1)$ zum Punkt $(4,2)$.

$$C(t) = \left(\boxed{} \right), \quad t \in [0,1]\,.$$

Berechnen Sie $C'(t) = \left(\boxed{} \right)$ und die folgenden Kurvenintegrale

für $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (u,v) \mapsto 2u - v$ und $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon (u,v) \mapsto \begin{pmatrix} u \\ -2v \end{pmatrix}$

$$\int_C f(s)\,\mathrm{d}\,s = \boxed{} \qquad \int_C g(x) \bullet \mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 10 (*3 Punkte*) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ besitzt das Vektorfeld

$$g\colon \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^2\colon \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 3e^{\alpha x}y^2 + \ln y \\ 2e^{\alpha x}y + \dfrac{x}{y} \end{pmatrix}.$$

ein Potential?

$$\boxed{}$$

Bestimmen Sie für diese α ein Potential U.

$$U(x,y) = \boxed{}$$

Name, Vorname:

Matrikel-Nummer:

Studiengang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe
Punkte	/1	/2	/3	/3	/3	/5	/4	/3	/4	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein:

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\left(\cos(x)\right)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*)

Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie die Werte der folgenden Reihen.

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-5)^{k+1}}{k!} = \qquad\qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4^k} =$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgende Grenzwerte.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^3-1}{1-4x^3} = \boxed{} \qquad \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{\sin x}{e^x} + 2\right) = \boxed{}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x^3-1}{1-4x^3} + 3^{\frac{1}{x}}\right) = \boxed{}$$

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie jeweils den Entwicklungspunkt z_0 und den Konvergenzradius ρ der folgenden Reihen.

	z_0	ρ
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-2)^n}{(3n)!}$		
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1)^n}{2^n n}$		

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto e^{\sin\left(\frac{x}{2}\right)} .$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f.

$$f'(x) = \boxed{}$$

$$f''(x) = \boxed{}$$

Stellen Sie das in $x_0 = 2\pi$ entwickelte Taylorpolynom zweiter Stufe $T_2\,(f,\, x,\, 2\pi)$ auf.

$$T_2\,(f,\, x,\, 2\pi) = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*5 Punkte*) Geben Sie die Partialbruchzerlegung an

$$\frac{x+5}{x^2-2x-3} = \boxed{}$$

Berechnen Sie folgende Integrale

$$\int \frac{x+5}{x^2-2x-3}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int x^{-3}\ln(2x)\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie alle Extrema der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto x + 2y - 3$$

unter Nebenbedingung $g(x,y) = 0$ mit

$$g : (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{y^2} - \frac{3}{2}\,.$$

Berechnen Sie den Gradienten von f und g:

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix} \qquad \operatorname{grad} g(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion unter der Nebenbedingung ihre Maxima und Minima annimmt, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ

Aufgabe 8 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale. Falls das uneigentliche Integral nicht existiert, tragen Sie „divergent“ ein.

$$\int \frac{\cos(2x)}{\sin(2x)}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{} \qquad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(2x)}{\sin(2x)}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 9 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie eine Parametrisierung $C\colon [0,1] \to \mathbb{R}^2$ der geraden Strecke vom Punkt $(1,1)$ zum Punkt $(3,0)$.

$$C(t) = \left(\boxed{} \right), \quad t \in [0,1].$$

Berechnen Sie $C'(t) = \left(\boxed{} \right)$ und die folgenden Kurvenintegrale

für $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (u,v) \mapsto 3u+v$ und $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon (u,v) \mapsto \begin{pmatrix} -u \\ 2v \end{pmatrix}$

$$\int_C f(s)\,\mathrm{d}\,s = \boxed{} \qquad \int_C g(x) \bullet \mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 10 (*3 Punkte*) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ besitzt das Vektorfeld

$$g\colon \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^2\colon \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2e^{\alpha x}y + 2x\ln y \\ e^{\alpha x} + \dfrac{x^2}{y} \end{pmatrix}.$$

ein Potential?

$$\boxed{}$$

Bestimmen Sie für diese α ein Potential U.

$$U(x,y) = \boxed{}$$

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studiengang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe
Punkte	/1	/2	/3	/3	/3	/5	/4	/3	/4	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein:

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\left(\cos(x)\right)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*)

Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie die Werte der folgenden Reihen.

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(-2)^{k+1}} = \qquad\qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4^k}{k!} =$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgende Grenzwerte.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^4}{1-3x^4} = \boxed{} \qquad \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{\cos x}{\ln x} - 3\right) = \boxed{}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x^4}{1-3x^4} + 4^{\frac{1}{4x}}\right) = \boxed{}$$

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie jeweils den Entwicklungspunkt z_0 und den Konvergenzradius ρ der folgenden Reihen.

	z_0	ρ
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-1)^n}{3^n n}$		
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+2)^n}{(2n)!}$		

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto e^{\sin(2x)}\,.$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f.

$$f'(x) = \boxed{}$$

$$f''(x) = \boxed{}$$

Stellen Sie das in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ entwickelte Taylorpolynom zweiter Stufe $T_2\left(f,\, x,\, \frac{\pi}{2}\right)$ auf.

$$T_2\left(f,\, x,\, \frac{\pi}{2}\right) = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*5 Punkte*) Geben Sie die Partialbruchzerlegung an

$$\frac{x-8}{x^2-x-6} = \boxed{}$$

Berechnen Sie folgende Integrale

$$\int \frac{x-8}{x^2-x-6}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int x^3 \ln(2x)\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie alle Extrema der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \colon (x, y) \mapsto x + y - 4$$

unter Nebenbedingung $g(x, y) = 0$ mit

$$g : (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \to \mathbb{R} \colon (x, y) \mapsto 1 - \frac{2}{x^2} - \frac{2}{y^2}\,.$$

Berechnen Sie den Gradienten von f und g:

$$\operatorname{grad} f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix} \qquad \operatorname{grad} g(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion unter der Nebenbedingung ihre Maxima und Minima annimmt, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ

Aufgabe 8 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale. Falls das uneigentliche Integral nicht existiert, tragen Sie „divergent“ ein.

$$\int \frac{\sin(2x)}{\cos(2x)}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{} \qquad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(2x)}{\cos(2x)}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 9 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie eine Parametrisierung $C\colon [0,1] \to \mathbb{R}^2$ der geraden Strecke vom Punkt $(0,1)$ zum Punkt $(2,2)$.

$$C(t) = \left(\boxed{} \right), \quad t \in [0,1].$$

Berechnen Sie $C'(t) = \left(\boxed{} \right)$ und die folgenden Kurvenintegrale

für $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (u,v) \mapsto u + 3v$ und $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon (u,v) \mapsto \begin{pmatrix} u \\ -2v \end{pmatrix}$

$$\int_C f(s)\,\mathrm{d}\,s = \boxed{} \qquad \int_C g(x) \bullet \mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 10 (*3 Punkte*) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ besitzt das Vektorfeld

$$g\colon \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^2\colon \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} e^{\alpha x} y^2 + 2x \ln y \\ 2e^{\alpha x} y + \dfrac{x^2}{y} \end{pmatrix}.$$

ein Potential?

$$\boxed{}$$

Bestimmen Sie für diese α ein Potential U.

$$U(x,y) = \boxed{}$$

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe
Punkte	/1	/2	/3	/3	/3	/5	/4	/3	/4	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein:

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\left(\cos(x)\right)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*)

Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: [ ] **Gruppennr.:** [ ]

Aufgabe 2 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie die Werte der folgenden Reihen.

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-3)^{k+1}}{k!} = \qquad\qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{5^k} =$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgende Grenzwerte.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1-x^3}{5x^3+2} = \boxed{} \qquad \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{\sin x}{2^x} + 4\right) = \boxed{}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{1-x^3}{5x^3+2} + 5^{\frac{1}{x}}\right) = \boxed{}$$

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie jeweils den Entwicklungspunkt z_0 und den Konvergenzradius ρ der folgenden Reihen.

	z_0	ρ
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+3)^n}{(3n)!}$		
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2)^n}{3^n n}$		

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto e^{\cos\left(\frac{x}{2}\right)}.$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f.

$$f'(x) = \boxed{}$$

$$f''(x) = \boxed{}$$

Stellen Sie das in $x_0 = \pi$ entwickelte Taylorpolynom zweiter Stufe $T_2\,(f,\, x,\, \pi)$ auf.

$$T_2\,(f,\, x,\, \pi) = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*5 Punkte*) Geben Sie die Partialbruchzerlegung an

$$\frac{2x+7}{x^2+x-2} = \boxed{}$$

Berechnen Sie folgende Integrale

$$\int \frac{2x+7}{x^2+x-2}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int x^{-2}\ln(3x)\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie alle Extrema der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \colon (x,y) \mapsto 2x + y + 3$$

unter Nebenbedingung $g(x,y) = 0$ mit

$$g : (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \to \mathbb{R} \colon (x,y) \mapsto \frac{3}{2} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2y^2}\,.$$

Berechnen Sie den Gradienten von f und g:

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix} \qquad \operatorname{grad} g(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion unter der Nebenbedingung ihre Maxima und Minima annimmt, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ

Aufgabe 8 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale. Falls das uneigentliche Integral nicht existiert, tragen Sie „divergent“ ein.

$$\int \frac{\cos\left(\frac{x}{2}\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{} \qquad \int_{\pi}^{2\pi} \frac{\cos\left(\frac{x}{2}\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 9 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie eine Parametrisierung $C\colon [0,1] \to \mathbb{R}^2$ der geraden Strecke vom Punkt $(1,2)$ zum Punkt $(3,1)$.

$$C(t) = \left(\boxed{} \right), \quad t \in [0,1].$$

Berechnen Sie $C'(t) = \left(\boxed{} \right)$ und die folgenden Kurvenintegrale

für $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (u,v) \mapsto 2u + v$ und $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon (u,v) \mapsto \begin{pmatrix} -u \\ 2v \end{pmatrix}$

$$\int_C f(s)\,\mathrm{d}\,s = \boxed{} \qquad \int_C g(x) \bullet \mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 10 (*3 Punkte*) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ besitzt das Vektorfeld

$$g\colon \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^2\colon \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2e^{\alpha x} y + 3x^2 \ln y \\ e^{\alpha x} + \dfrac{x^3}{y} \end{pmatrix}.$$

ein Potential?

$$\boxed{}$$

Bestimmen Sie für diese α ein Potential U.

$$U(x,y) = \boxed{}$$
