

Name,

Vorname:

Matrikel-

Nummer:

Studien-

gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/3	/6	/4	/5	/3	/3	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein:

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln x $	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b) b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (3 Punkte) Gegeben sei das Vektorfeld

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} e^{xy} (3xy + 11y^2 + 3) \\ e^{xy} (3x^2 + 11xy + 11) \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie ein Potential von f .

Aufgabe 3 (3 Punkte) Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum_{\ell=2}^{\infty} \frac{(\ell+1)!}{3(-1)^\ell} (z-i)^\ell$	$\sum_{m=2}^{\infty} \frac{1}{7^m} (3z-2)^m$	$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{z-3+2i}{1-n^2} \right)^n$
z_0			
ρ			

Aufgabe 4 (6 Punkte) Berechnen Sie

$$\int_{-\pi}^{\pi} x \cos(x) + 5x^4 \, dx =$$

$$\int \frac{9x^2 \sin(3x^3)}{\cos(3x^3)} \, dx =$$

$$\int \frac{\arctan(x)}{1+x^2} \, dx =$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{\arctan(x)}{1+x^2} \, dx =$$

Aufgabe 5 (4 Punkte) Gegeben ist die Potenzreihe

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-3)^n}{(2n-1)!} x^{4n-1}.$$

(a) Geben Sie die Stammfunktion F von f mit $F(0) = 1$ als Potenzreihe an.

$$F(x) =$$

(b) Geben Sie F aus (a) in geschlossener Form an.

$$F(x) =$$

(c) Berechnen Sie daraus eine geschlossene Form von f .

$$f(x) =$$

Aufgabe 8 (3 Punkte) Gegeben sind die Kurve K durch die Parametrisierung

$$C: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3: t \mapsto \begin{pmatrix} t^3 \\ t \\ 1 \end{pmatrix}$$

und das Vektorfeld

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 0 \\ x_1 x_2 x_3^4 \\ 3x_1 - (1 + 2x_3)x_2^3 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie

$$f(C(t)) =$$

$$C'(t) =$$

und das Kurvenintegral

$$\int_K f(x) \cdot dx =$$

Aufgabe 9 (3 Punkte) Gegeben sei die Funktion

$$f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \frac{\sin(x)}{\cos(x) + 2}$$

(a) Bestimmen Sie die erste Ableitung von f .

$$f'(x) =$$

(b) Bestimmen Sie alle Extremstellen von f .

Geben Sie jeweils auch den Funktionswert und den Typ des Extremums an.

Extremstelle	Funktionswert	Typ