

Name,   
 Vorname:

Matrikel-  
 Nummer:

Studien-  
 gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/4	/2	/3	/6	/5	/2	/5	/31

Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.  
 Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein.

$f(x)$	$x^a$	$e^x$	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	$e^x$	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$
$f(x)$	$b^x$	$\ln  x $	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b) b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

$a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, b \in \mathbb{R}^+$

$x$	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

*Viel Erfolg!*

**Aufgabe 1 (1 Punkt)** Geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

**Aufgabe 2 (3 Punkte)** Berechnen Sie:

$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k}{k!}$	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1+i}{2}\right)^k$

**Aufgabe 3** (4 Punkte) Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt  $z_0 \in \mathbb{C}$  und den Konvergenzradius  $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$ .

	$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} (2+z)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2 2^k}{4i} (z-3i)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} (2iz+z+1)^k$
$z_0$			
$\rho$			

**Aufgabe 4** (2 Punkte) Gegeben seien differenzierbare Funktionen  $f, g, h_1, h_2: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(4) = 1, \quad f'(4) = 2, \quad g(4) = 4, \quad g'(4) = -1,$$

sowie

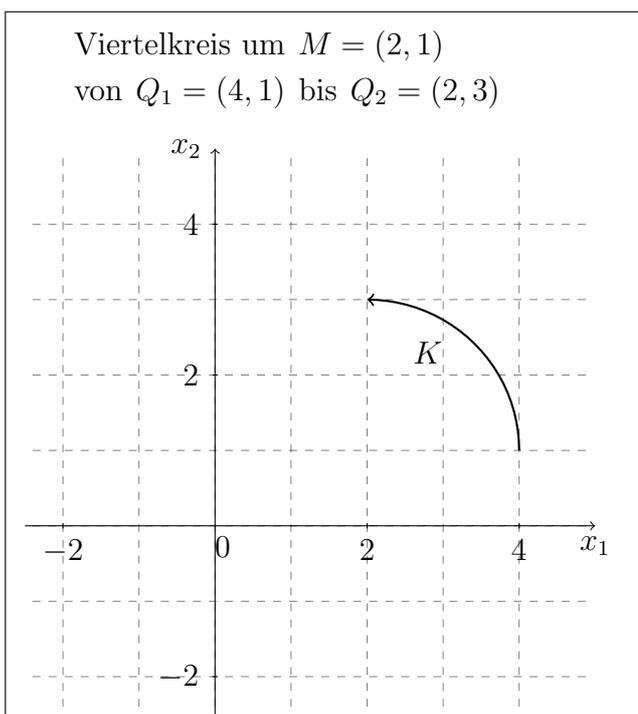
$$h_1(x) = (f(g(x)))^2 \quad \text{und} \quad h_2(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R}.$$

Berechnen Sie  $h_1'(4)$  und  $h_2'(4)$ .

$$h_1'(4) = \boxed{\phantom{000}}$$

$$h_2'(4) = \boxed{\phantom{000}}$$

**Aufgabe 5** (3 Punkte) Geben Sie eine Parametrisierung  $C$  der abgebildeten Kurve  $K$  an.



$$C: \boxed{\phantom{000}} \rightarrow \mathbb{R}^2: t \mapsto \boxed{\phantom{000}}$$

$$\text{Berechnen Sie: } C'(t) = \boxed{\phantom{000}}$$

**Aufgabe 6** (6 Punkte) Sei

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y)^T \mapsto y(x^3 - 3x) + y^2.$$

Bestimmen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix von  $f$ :

$$\text{grad } f(x, y) =$$

$$Hf(x, y) =$$

Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von  $f$  und geben Sie jeweils deren Typ an.

Kritische Stelle	Typ

**Aufgabe 7** (5 Punkte) Führen Sie die Partialbruchzerlegung durch:

$$\frac{x^2 + 1}{(x - 1)^2 (x + 1)} =$$

Berechnen Sie

$$\int \frac{x^2 + 1}{(x - 1)^2 (x + 1)} dx =$$

**Aufgabe 8** (2 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} 2x \sin(x^2) dx =$$

$$\int x \sin(x) dx =$$

**Aufgabe 9** (5 Punkte) Gegeben seien die Funktionen

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y)^\top \mapsto 6x^2 + y^2$$

und

$$g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y)^\top \mapsto 3x^2 + 5y^2 - 1.$$

Geben Sie das Gleichungssystem an, das die Multiplikatormethode nach Lagrange liefert, um die Extrema der Funktion  $f$  unter der Nebenbedingung  $g(x, y) = 0$  zu bestimmen.



Berechnen Sie alle kritischen Stellen von  $f$  unter der Nebenbedingung  $g(x, y) = 0$  und deren Typ.

Kritische Stelle	Typ