



Aufgabe 7 (4 Punkte)

0 1 2 3 4

Sei $\mathbb{E} = (0; e_1, e_2)$ das Standardkoordinatensystem für \mathbb{R}^2 , und $\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$.

(a) Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$:

$${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: v \mapsto \boxed{} \cdot v + \boxed{}.$$

(b) Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$:

$${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: v \mapsto \boxed{} \cdot v + \boxed{}.$$

Aufgabe 8 (7 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6 7

Betrachten Sie die Matrizen A_α, B_β und die lineare Abbildung $\varphi: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto Cv$ gegeben durch

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} -1 & 2\alpha - 7 & -2 \\ \alpha & -1 & \alpha - 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & \beta & -4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -1 \\ 4 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(a) Bestimmen Sie $\det(A_\alpha)$:

$$\det(A_\alpha) = \boxed{}$$

(b) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ ist A_α nicht regulär?

(c) Für welche Werte von β hat B_β eine Rechtsinverse?

(d) Geben Sie eine Basis \mathcal{B} des Kerns der Abbildung φ an. Bestimmen Sie den Rang der Matrix C und die Dimension des Kerns:

\mathcal{B} : $\text{Rg}(C) = \text{}$ $\dim \text{Kern}(\varphi) = \text{}$

1 2 3 4

Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt)

0 1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

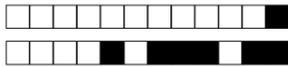
Matrikelnummer:

<input type="checkbox"/> 0							
<input type="checkbox"/> 1							
<input type="checkbox"/> 2							
<input type="checkbox"/> 3							
<input type="checkbox"/> 4							
<input type="checkbox"/> 5							
<input type="checkbox"/> 6							
<input type="checkbox"/> 7							
<input type="checkbox"/> 8							
<input type="checkbox"/> 9							

Aufgabe 2 (Freiwillige Angabe, keine Punkte)

Ich habe die Online-Lernplattform digital.mathematik.uni-stuttgart.de zur Vorbereitung auf die Scheinklausur benutzt.

ja nein



Aufgabe 3 (4 Punkte)

0 1 2 3 4

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 6 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie, wenn möglich, die folgenden Matrizenoperationen. Tragen Sie „nicht definiert“ in den Kasten ein, falls die Operation nicht möglich ist.

$B^T B =$ $B^T A =$ $BA^T =$

(b) Berechnen Sie die Lösungsmenge \mathcal{L} des folgenden Gleichungssystems: $Ax = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$,

$\mathcal{L} =$

Aufgabe 4 (5 Punkte)

0 1 2 3 4 5

Gegeben sei die Basis $B: b_1, b_2, b_3$ des Vektorraums \mathbb{R}^3 durch

$$b_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis $V: v_1, v_2, v_3$ des Vektorraums \mathbb{R}^3 so, dass $L(b_1) = L(v_1)$ und $L(b_1, b_2) = L(v_1, v_2)$:

$v_1 =$, $v_2 =$, $v_3 =$.

Aufgabe 5 (4 Punkte)

0 1 2 3 4

Seien $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ und betrachten Sie die Matrix $A_{\alpha\beta}$ und den Vektor u :

$$A_{\alpha\beta} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ \alpha & 2 & -3 \\ \beta & -6 & 2 \end{pmatrix}, u = \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Werte von α und β so, dass $A_{\alpha\beta}$ orthogonal ist:

$\alpha =$, $\beta =$.

(b) Mit den Werten in Teil (a) für α und β , bestimmen Sie:

$\langle A_{\alpha\beta}u | A_{\alpha\beta}u \rangle =$, $A_{\alpha\beta}^{-1} =$.

Aufgabe 6 (6 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6

Gegeben sind die folgenden reellen Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 11 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) Bestimmen Sie alle Eigenwerte der Matrix A .

$\lambda_1 =$, $\lambda_2 =$, $\lambda_3 =$.

(b) Die Eigenwerte der Matrix B sind gegeben durch $\lambda_1 = 1 - \sqrt{5}$, $\lambda_2 = 1$ und $\lambda_3 = 1 + \sqrt{5}$.

Bestimmen Sie eine Basis $V: v_{\lambda_1}, v_{\lambda_2}, v_{\lambda_3}$ von \mathbb{R}^3 aus Eigenvektoren von B :

$v_{\lambda_1} =$, $v_{\lambda_2} =$, $v_{\lambda_3} =$.



Aufgabe 7 (4 Punkte)

0 1 2 3 4

Sei $\mathbb{E} = (0; e_1, e_2)$ das Standardkoordinatensystem für \mathbb{R}^2 , und $\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$.

(a) Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$:

$${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: v \mapsto \boxed{} \cdot v + \boxed{}.$$

(b) Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$:

$${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: v \mapsto \boxed{} \cdot v + \boxed{}.$$

Aufgabe 8 (7 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6 7

Betrachten Sie die Matrizen A_α, B_β und die lineare Abbildung $\varphi: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto Cv$ gegeben durch

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -3 & \alpha + 4 & 1 \\ 1 & 3 & \alpha - 2 \end{pmatrix}, \quad B_\beta = \begin{pmatrix} \beta & -3 \\ 6 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 6 & 3 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

(a) Bestimmen Sie $\det(A_\alpha)$:

$$\det(A_\alpha) = \boxed{}$$

(b) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ ist A_α nicht regulär?

(c) Für welche Werte von β hat B_β eine Linksinverse?

(d) Geben Sie eine Basis \mathcal{B} des Kerns der Abbildung φ an. Bestimmen Sie den Rang der Matrix C und die Dimension des Kerns:

\mathcal{B} : $\text{Rg}(C) = \text{}$ $\dim \text{Kern}(\varphi) = \text{}$

1 2 3 4

Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt)

0 1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

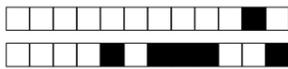
Matrikelnummer:

<input type="checkbox"/> 0						
<input type="checkbox"/> 1						
<input type="checkbox"/> 2						
<input type="checkbox"/> 3						
<input type="checkbox"/> 4						
<input type="checkbox"/> 5						
<input type="checkbox"/> 6						
<input type="checkbox"/> 7						
<input type="checkbox"/> 8						
<input type="checkbox"/> 9						

Aufgabe 2 (Freiwillige Angabe, keine Punkte)

Ich habe die Online-Lernplattform digital.mathematik.uni-stuttgart.de zur Vorbereitung auf die Scheinklausur benutzt.

ja nein



Aufgabe 3 (4 Punkte)

0 1 2 3 4

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie, wenn möglich, die folgenden Matrizenoperationen. Tragen Sie „nicht definiert“ in den Kasten ein, falls die Operation nicht möglich ist.

$BA =$ $B^T A =$ $B^T B =$

(b) Berechnen Sie die Lösungsmenge \mathcal{L} des folgenden Gleichungssystems: $Ax = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,

$\mathcal{L} =$

Aufgabe 4 (5 Punkte)

0 1 2 3 4 5

Gegeben sei die Basis $B: b_1, b_2, b_3$ des Vektorraums \mathbb{R}^3 durch

$$b_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis $V: v_1, v_2, v_3$ des Vektorraums \mathbb{R}^3 so, dass $L(b_1) = L(v_1)$ und $L(b_1, b_2) = L(v_1, v_2)$:

$v_1 =$, $v_2 =$, $v_3 =$.

Aufgabe 5 (4 Punkte)

0 1 2 3 4

Seien $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ und betrachten Sie die Matrix $A_{\alpha\beta}$ und den Vektor u :

$$A_{\alpha\beta} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} \alpha & 6 & 2 \\ \beta & -3 & 6 \\ -6 & 2 & 3 \end{pmatrix}, u = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Werte von α und β so, dass $A_{\alpha\beta}$ orthogonal ist:

$\alpha =$, $\beta =$.

(b) Mit den Werten in Teil (a) für α und β , bestimmen Sie:

$\langle A_{\alpha\beta}u | A_{\alpha\beta}u \rangle =$, $A_{\alpha\beta}^{-1} =$.

Aufgabe 6 (6 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6

Gegeben sind die folgenden reellen Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 7 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) Bestimmen Sie alle Eigenwerte der Matrix A .

$\lambda_1 =$, $\lambda_2 =$, $\lambda_3 =$.

(b) Die Eigenwerte der Matrix B sind gegeben durch $\lambda_1 = 1 - \sqrt{10}$, $\lambda_2 = 1$ und $\lambda_3 = 1 + \sqrt{10}$.

Bestimmen Sie eine Basis $V: v_{\lambda_1}, v_{\lambda_2}, v_{\lambda_3}$ von \mathbb{R}^3 aus Eigenvektoren von B :

$v_{\lambda_1} =$, $v_{\lambda_2} =$, $v_{\lambda_3} =$.



Aufgabe 7 (4 Punkte)

0 1 2 3 4

Sei $\mathbb{E} = (0; e_1, e_2)$ das Standardkoordinatensystem für \mathbb{R}^2 , und $\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$.

(a) Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$:

$${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: v \mapsto \boxed{} \cdot v + \boxed{}.$$

(b) Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$:

$${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: v \mapsto \boxed{} \cdot v + \boxed{}.$$

Aufgabe 8 (7 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6 7

Betrachten Sie die Matrizen A_α, B_β und die lineare Abbildung $\varphi: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto Cv$ gegeben durch

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -2 \\ -3 & \alpha & -1 \\ -6 & \alpha+2 & \alpha-7 \end{pmatrix}, \quad B_\beta = \begin{pmatrix} -4 & 3 & -1 \\ -8 & 6 & \beta \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 6 & -4 \end{pmatrix}$$

(a) Bestimmen Sie $\det(A_\alpha)$:

$$\det(A_\alpha) = \boxed{}$$

(b) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ ist A_α nicht regulär?

(c) Für welche Werte von β hat B_β eine Rechtsinverse?

(d) Geben Sie eine Basis \mathcal{B} des Kerns der Abbildung φ an. Bestimmen Sie den Rang der Matrix C und die Dimension des Kerns:

\mathcal{B} : $\text{Rg}(C) = \text{}$ $\dim \text{Kern}(\varphi) = \text{}$

1 2 3 4

Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt)

0 1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

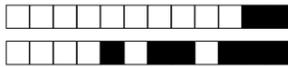
Matrikelnummer:

<input type="checkbox"/> 0							
<input type="checkbox"/> 1							
<input type="checkbox"/> 2							
<input type="checkbox"/> 3							
<input type="checkbox"/> 4							
<input type="checkbox"/> 5							
<input type="checkbox"/> 6							
<input type="checkbox"/> 7							
<input type="checkbox"/> 8							
<input type="checkbox"/> 9							

Aufgabe 2 (Freiwillige Angabe, keine Punkte)

Ich habe die Online-Lernplattform digital.mathematik.uni-stuttgart.de zur Vorbereitung auf die Scheinklausur benutzt.

ja nein



Aufgabe 3 (4 Punkte)

0 1 2 3 4

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Berechnen Sie, wenn möglich, die folgenden Matrizenoperationen. Tragen Sie „nicht definiert“ in den Kasten ein, falls die Operation nicht möglich ist.

$AB =$ $B^T B =$ $AB^T =$

- (b) Berechnen Sie die Lösungsmenge \mathcal{L} des folgenden Gleichungssystems: $Ax = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,

$\mathcal{L} =$

Aufgabe 4 (5 Punkte)

0 1 2 3 4 5

Gegeben sei die Basis $B: b_1, b_2, b_3$ des Vektorraums \mathbb{R}^3 durch

$$b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis $V: v_1, v_2, v_3$ des Vektorraums \mathbb{R}^3 so, dass $L(b_1) = L(v_1)$ und $L(b_1, b_2) = L(v_1, v_2)$:

$v_1 =$, $v_2 =$, $v_3 =$.

Aufgabe 5 (4 Punkte)

0 1 2 3 4

Seien $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ und betrachten Sie die Matrix $A_{\alpha\beta}$ und den Vektor u :

$$A_{\alpha\beta} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 \\ 3 & \alpha & -6 \\ 6 & \beta & 2 \end{pmatrix}, u = \begin{pmatrix} 1 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie die Werte von α und β so, dass $A_{\alpha\beta}$ orthogonal ist:

$\alpha =$, $\beta =$.

- (b) Mit den Werten in Teil (a) für α und β , bestimmen Sie:

$\langle A_{\alpha\beta}u | A_{\alpha\beta}u \rangle =$, $A_{\alpha\beta}^{-1} =$.

Aufgabe 6 (6 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6

Gegeben sind die folgenden reellen Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Bestimmen Sie alle Eigenwerte der Matrix A .

$\lambda_1 =$, $\lambda_2 =$, $\lambda_3 =$.

- (b) Die Eigenwerte der Matrix B sind gegeben durch $\lambda_1 = 1 - \sqrt{5}$, $\lambda_2 = 1$ und $\lambda_3 = 1 + \sqrt{5}$.

Bestimmen Sie eine Basis $V: v_{\lambda_1}, v_{\lambda_2}, v_{\lambda_3}$ von \mathbb{R}^3 aus Eigenvektoren von B :

$v_{\lambda_1} =$, $v_{\lambda_2} =$, $v_{\lambda_3} =$.



Aufgabe 7 (4 Punkte)

0 1 2 3 4

Sei $\mathbb{E} = (0; e_1, e_2)$ das Standardkoordinatensystem für \mathbb{R}^2 , und $\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$.

(a) Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$:

$${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: v \mapsto \boxed{} \cdot v + \boxed{}.$$

(b) Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$:

$${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: v \mapsto \boxed{} \cdot v + \boxed{}.$$

Aufgabe 8 (7 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6 7

Betrachten Sie die Matrizen A_α, B_β und die lineare Abbildung $\varphi: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto Cv$ gegeben durch

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 4 \\ \alpha & 5 & 5 \\ 7 & \alpha & \alpha - 2 \end{pmatrix}, \quad B_\beta = \begin{pmatrix} -10 & 2 \\ 5 & \beta \\ 15 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ -1 & 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

(a) Bestimmen Sie $\det(A_\alpha)$:

$$\det(A_\alpha) = \boxed{}$$

(b) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ ist A_α nicht regulär?

(c) Für welche Werte von β hat B_β eine Linksinverse?

(d) Geben Sie eine Basis \mathcal{B} des Kerns der Abbildung φ an. Bestimmen Sie den Rang der Matrix C und die Dimension des Kerns:

\mathcal{B} : $\text{Rg}(C) = \boxed{} \quad \dim \text{Kern}(\varphi) = \boxed{}$

1 2 3 4

Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt)

0 1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Matrikelnummer:

<input type="checkbox"/> 0							
<input type="checkbox"/> 1							
<input type="checkbox"/> 2							
<input type="checkbox"/> 3							
<input type="checkbox"/> 4							
<input type="checkbox"/> 5							
<input type="checkbox"/> 6							
<input type="checkbox"/> 7							
<input type="checkbox"/> 8							
<input type="checkbox"/> 9							

Aufgabe 2 (Freiwillige Angabe, keine Punkte)

Ich habe die Online-Lernplattform digital.mathematik.uni-stuttgart.de zur Vorbereitung auf die Scheinklausur benutzt.

ja nein

