A. Aulbach, T. Holicki,
O. Dikan, Z. Askarpour,
L. Hellebrandt,
R. A. Lainez Reyes

2. Gruppenübung zur Vorlesung

Höhere Mathematik 1

M. Stroppel

Wintersemester 2023

Präsenzübungen

Diese Woche gibt es keine Präsenzübungen!

Online-Aufgabe

Sie finden Ihre Online-Aufgabe (Bearbeitungszeit 02.11. – 08.11.)
auf folgender Webseite.

`http://mo.mathematik.uni-stuttgart.de/tests/test430/`

Hausübungen (Abgabe in ILIAS):

Aufgabe H 6. *Polynome, Binomischer Lehrsatz*

(a) Bestimmen Sie alle reellen Nullstellen von $(x^4+2)(x^3-9x^2+27x-27)$.

(b) Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der Gleichung $x^4-20x^2+5=4x^2+30$.

(c) Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der Ungleichung $(x^2+8x+16)(4x^2+4x-3)<0$.

(d) Zeigen Sie, dass $2x^{1984}+3x^2-30x+81$ keine reellen Nullstellen besitzt.

Aufgabe H 7. *Ungleichungen und Beiträge*

Bestimmen Sie jeweils die Menge aller reellen Zahlen, die die folgenden Ungleichungen erfüllen:

(a) $-2|x-2|<x^2(x-2)$

(b) $\dfrac{x^2-2x-2}{3x^2+4x-4} \leqq \dfrac{1}{3}$

(c) $|x^2+2x-3|+1>|x+3|+|x-1|$

Aufgabe H 8. *Mengen*

(a) Skizzieren Sie die folgenden Mengen:

$$M_1 := \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid |y|>1\}, \qquad M_3 := \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid (x+1)^2+(y-1)^2 \leqq 9\},$$
$$M_2 := \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y+2>-3x\}, \qquad M_4 := \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid (x^2-y\leqq 1)\vee(y+x^2\leqq 1)\}.$$

(b) Skizzieren Sie die Schnittmenge $M_1\cap M_2\cap M_3$.

Aufgabe H 9. *Ungleichungen*

(a) Für welche $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$ gilt $(5x+y^3+2z^2)^2 \leqq 30(x^2+y^6+z^4)$?
Hinweis: Schwarzsche Ungleichung.

(b) Zeigen Sie, dass $2xy \leqq (x+y)\sqrt{xy}$ für alle $x,y\in\mathbb{R}_0^+$ gilt.

(c) Seien $y_1,y_2,\ldots$ positive reelle Zahlen und sei $\mu_N := \frac{1}{N}\sum_{j=1}^N y_j$ für alle $N\in\mathbb{N}$.
Zeigen Sie, dass $y_{N+1}(\mu_N)^N \leqq (\mu_{N+1})^{N+1}$ für alle $N\in\mathbb{N}$ gilt.
Hinweis: Benutzen Sie die Bernoulli-Ungleichung mit $n=N+1$ und $x=\frac{\mu_{N+1}}{\mu_N}-1$.

Frischhaltebox

Aufgabe H 10. *Vollständige Induktion*

Zeigen Sie die folgende Aussage mittels vollständiger Induktion:

$$\prod_{k=0}^{n}\cos(2^k x) = \frac{\sin(2^n x)\cos(2^n x)}{2^n\sin(x)} \qquad \text{für alle } n\in\mathbb{N}_0.$$

Hinweis: Dabei dürfen Sie die folgende Gleichung, die für alle $x\in\mathbb{R}$ gilt, ohne Beweis benutzen: $\sin(2x)=2\sin(x)\cos(x)$.