

Die Aufgaben zur Vortragsübung werden besprochen am Mittwoch, den 13. Dezember, um
08:00 Uhr in V47.02 (bewe, geod, lrt, mach, verk)
17:30 Uhr in V47.01 (ernen, fmt, medtech, mawi, tema, uwt, verf, bau, iui)

Aufgabe V 11. Skalarprodukt

Für $n \in \mathbb{N}$ sei $\text{Pol}_n \mathbb{R} := \left\{ \sum_{j=0}^n \alpha_j X^j \mid \alpha_j \in \mathbb{R} \right\}$ die Menge aller Polynome vom Grad höchstens n .

(a) Wir betrachten $\text{Pol}_1 \mathbb{R}$ mit Basis $B: 1, X$. Zeigen Sie, dass durch

$$\langle p | q \rangle := ({}_B p)^\top \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} {}_B q$$

ein Skalarprodukt auf $\text{Pol}_1 \mathbb{R}$ definiert wird.

(b) Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis $C: c_1, c_2$ von $\text{Pol}_1 \mathbb{R}$ bezüglich des Skalarprodukts aus (a) (d.h. C ist Basis von $\text{Pol}_1 \mathbb{R}$ und $\langle c_1 | c_2 \rangle = 0$, $\langle c_j | c_j \rangle = 1$ für $j = 1, 2$).

Aufgabe V 12. Geometrie

Es sei $\varphi: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ die Spiegelung an einer Ebene E , welche den Punkt $P = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ auf den

Punkt $\varphi(P) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ abbildet.

(a) Bestimmen Sie den Mittelpunkt $M \in \mathbb{R}^3$ der Strecke von P nach $\varphi(P)$.

(b) Bestimmen Sie einen Vektor $v \in \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$, der senkrecht zur Spiegelebene E steht.

(c) Bestimmen Sie die Spiegelebene E und geben Sie zwei verschiedene Beschreibungen an.

Aufgabe V 13. Matrizenmultiplikation

(a) Es seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Welche Dimensionen haben die folgenden Produkte?

$$A \cdot A^\top, A^\top \cdot A, A \cdot B, B \cdot A, A^\top \cdot B, B \cdot A^\top$$

(b) Geben Sie mindestens zwei verschiedene Lösungen B der folgenden Gleichung an

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 9 \end{pmatrix} \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe V 14. *Vorbereitung Scheinklausur*

- (a) Was sind das Supremum und Infimum der Folgen in Aufgabe V7 der Vortragsübung 3?
- (b) In den Beispielaufgaben zu Folgen und Reihen: Die 3. Aufgabe der ersten Spalte von Aufgabe 11
- (c) Aufgabe 5b der HM 1 Scheinklausur Version 1 vom Wintersemester 22/23 (Komplexe Mengen skizzieren)
- (d) Aufgabe 9 der HM 1 Scheinklausur 2023 (Komplexe Gleichung lösen)