Tobias Holicki
Julia Meißner

Höhere Mathematik 1

6. Vortragsübung zur Vorlesung

M. Stroppel

Wintersemester 2023/2024

Die Aufgaben zur Vortragsübung werden besprochen am Mittwoch, den 24. Januar, um
08:00 Uhr in V47.02 (bewe, geod, lrt, mach, verk)
17:30 Uhr in V47.01 (ernen, fmt, medtech, mawi, tema, uwt, verf, bau, iui)

Aufgabe V 16. *Lineare Abbildungen*

(a) Wir betrachten die lineare Abbildung $\delta\colon\ \mathrm{Pol}_2\,\mathbb{R} \to \mathrm{Pol}_2\,\mathbb{R}\colon\ p(X) \mapsto p(X) + p'(X)$.
Bestimmen Sie ${}_M\delta_M$ bezüglich der Basis $M\colon\ 1, X, X^2$ von $\mathrm{Pol}_2\,\mathbb{R}$.

(b) Bestimmen Sie $\mathrm{Kern}\,(\delta)$ und $\mathrm{Bild}\,(\delta)$ für δ aus **(a)**. Ist δ bijektiv?

(c) Sei $\gamma\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ die Spiegelung an der Ebene $\mathrm{L}\left((1,3,2)^\intercal, (-1,0,1)^\intercal\right)$.
Bestimmen Sie ${}_E\gamma_E$ bezüglich der Standardbasis $E\colon \mathrm{e}_1, \mathrm{e}_2, \mathrm{e}_3$ von $\mathbb{R}^3$.
Hinweis: Finden Sie zunächst eine Basis $B\colon b_1, b_2, b_3$ von $\mathbb{R}^3$, bezüglich derer sich die Spiegelung leicht beschreiben lässt, und berechnen Sie danach ${}_E\gamma_E$ aus ${}_B\gamma_B$.

Aufgabe V 17. *Determinanten*

Für $\alpha \in \mathbb{R}$ seien die Matrizen A und B_α gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B_\alpha = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & -2 & 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \mathrm{e} & 0 & \pi \\ 3 & 3 & 0 & 3 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha - 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & \alpha + 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie $\det(A)$.

(b) Bestimmen Sie $\det(B_\alpha)$ in Abhängigkeit von α.
Für welche Parameterwerte von α ist B_α invertierbar?