Apl. Prof. Dr. J. Wirth
Jonas Brinker, M.Sc.
Robin Lang, M.Sc.
Dominik Wittwar, M.Sc.

Übungsblatt 12

»It's the job that's never started as takes longest to finish.«

(Samwise "Sam" Gamgee; April 6, 2980 (Third Age) – death: unknown)

S 12.1. Nutzen Sie die aus der Vorlesung bekannten Rechenregeln, um jeweils die erste Ableitung f' folgender Funktionen f zu bestimmen.

(a) $f(x) = (\sin x)^2$
(b) $f(x) = \ln(2x + \sin(2x))$
(c) $f(x) = \frac{2x^3 - 3x}{2x+1}$
(d) $f(x) = x2^{x-1}$
(e) $f(x) = \sin(\ln x)\cos(\ln x)$
(f) $f(x) = x^x$

V 12.2. **(a)** Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar. Zeigen Sie, dass f auf $\mathbb{R}$ stetig ist.

(b) Zeigen Sie, dass die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$g(x) := \begin{cases} 0 & \text{falls } x = 0, \\ x^2 \cos \frac{1}{x} & \text{falls } x \neq 0 \end{cases}$$

in jedem Punkt differenzierbar ist. Bestimmen Sie ihre Ableitung g'.

(c) Ist g' stetig?

V 12.3. **(a)** Benutzen Sie die Additionstheoreme für Winkelfunktionen, um zu zeigen dass

(i) $\sin' = \cos$ **(ii)** $\cos' = -\sin$

gilt.

(b) Berechnen Sie damit:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \tan x$$

Bitte wenden!

jens.wirth@mathematik.uni-stuttgart.de
[jonas.brinker,robin.lang,dominik.wittwar]@mathematik.uni-stuttgart.de

V 12.4. Aus der rechtwinkligen Metallplatte in Abbildung 1 soll durch Ausstanzen und darauffolgendes Umbiegen eine quaderförmige (nach oben offene) Wanne geformt werden. Wie groß ist ihr maximales Volumen?

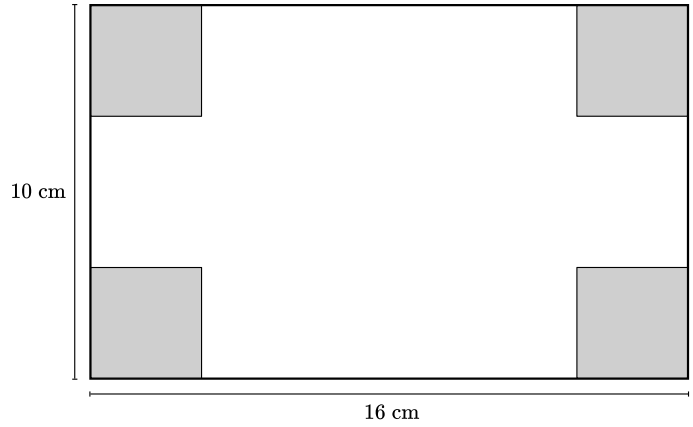

Abbildung 1: Blech mit ausgestanzten Ecken

V 12.5. Wir betrachten den Kanal aus Abbildung 2: Sein Querschnitt besteht aus zwei Vierteilkreisbögen der Höhe $h > 0$ und einem Streckenstück der Länge $b \geq 0$. Da nur eine gewisse Menge an Baumaterial zur Verfügung steht, wurde die Gesamtlänge der drei begrenzenden Bauteile (Kreisbogen–Strecke–Kreisbogen) auf exakt $100\ \mathrm{m}$ festgelegt.

Maximieren Sie die Querschnittsfläche $A = A(h_0)$ und geben Sie die zugehörigen Werte h_0 und b_0 an.

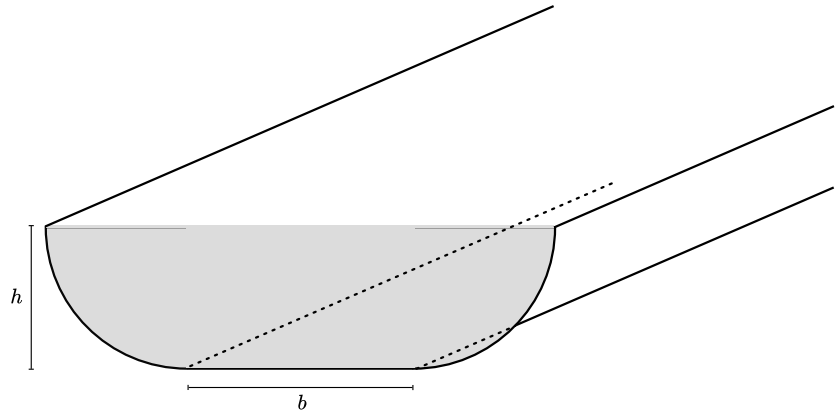

Abbildung 2: Nach oben offener Kanal der Höhe h