



Vortragsübung 3

Aufgabe 1 *Lineare Differentialgleichung erster Ordnung*

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'(x) + y(x) = \sin(x).$$

- b) Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems mit $y(1) = 2$.

Aufgabe 2 *Differentialgleichung mit getrennten Variablen*

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'(x) = \sin(x)(y(x))^2 - \sin(x).$$

- b) Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems mit $y(0) = 0$.

Aufgabe 3 *Reihendarstellung von Funktionen*

- a) Bestimmen Sie die Taylorreihe von $\arctan(x)$ um $x_0 = 0$ durch gliedweise Integration einer geeigneten Potenzreihe. Geben Sie das größtmögliche offene Intervall $(a, b) \subset \mathbb{R}$ an, auf dem die von Ihnen gefundene Reihe $\arctan(x)$ tatsächlich darstellt.

- b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$. Welche Funktion stellt diese auf ihrem Konvergenzkreis dar?