

Die Aufgaben zur Vortragsübung werden besprochen am Donnerstag, den 11. Juli,  
um 14:00 Uhr in V53.01 (cbiw, ft, geod, mach, medtech, tema).  
um 15:45 Uhr in V53.01 (bau, bewe, ernen, iui, lrt, mawi, umw, ving).

---

**Aufgabe V 40.** *Extremwert unter Nebenbedingungen*

Zum Abschluss der HM2 wollen wir einen quaderförmigen Swimmingpool bauen, mit Länge  $x$ , Breite  $y$  und Tiefe  $z$ , und das Becken vollständig mit Gold auskleiden. Allerdings haben wir nur Gold für 108 Flächeneinheiten (z.B.  $\text{m}^2$ ), von dem wir nichts verschenken wollen. Es soll möglichst viel Wasser in den Pool passen – für maximalen Badespaß.

- (a) Was sagt Ihre Anschauung: Welche Ausmaße sollte der Pool haben?
- (b) Formulieren Sie das Problem als Maximierungsproblem unter Nebenbedingungen.
- (c) Stellen Sie zu diesem Extremwertproblem die Gleichungen nach Lagrange auf.
- (d) Finden Sie alle kritischen Stellen, also Lösungen zu (c), sowie deren Funktionswerte.
- (e) Zeigen Sie, dass für  $x \geq 100$  das Volumen kleiner ist als das der Kandidaten aus (d). Was gilt für  $y \geq 100$ ? und für  $z \geq 100$ ?
- (f) Folgern Sie, dass es genau ein globales Maximum gibt. Welches? Mit welchem Volumen?

**Aufgabe V 41.** *Potential*

Gegeben ist das folgende Vektorfeld mit den Parametern  $s, t \in \mathbb{R}$ :

$$f_{s,t}: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 4x^3 \ln(y) \\ s^4 x^4 y^{-1} + stze^{-2y} \\ e^{-2y} \end{pmatrix}$$

Für welche Paare  $(s, t)$  besitzt das Vektorfeld  $f_{s,t}$  ein Potential? Bestimmen Sie für jedes dieser Paare jeweils alle Potentiale von  $f_{s,t}$ .