

# Übungsblatt 1

»All this was in the two plague years of 1665 and 1666, for in those days I was in the prime of my age for invention, and minded Mathematicks and Philosophy more than at any time since.«

(Sir Isaac Newton, 1643–1727)

V 1.1. Gegeben seien die Matrizen

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ -6 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Für welche Tupel  $(i, j) \in \{1, 2, 3\} \times \{1, 2, 3\}$  ist das Produkt  $A_i \cdot A_j$  wohldefiniert? Bestimmen Sie im Falle der Wohldefiniertheit das entsprechende Matrizenprodukt.

(b) Bestimmen Sie die folgenden Matrizen

(i)  $A_1^T$

(iii)  $A_3^T$

(v)  $A_2^T \cdot A_3$

(ii)  $A_2^T$

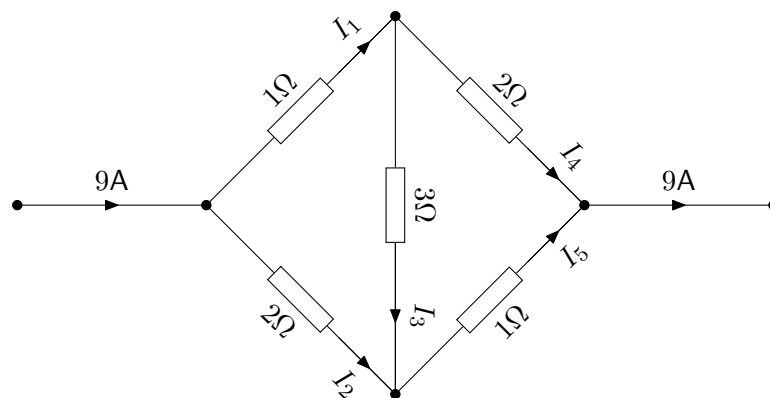
(iv)  $A_1 \cdot A_1 - A_1$

(vi)  $A_1^T - A_1$

V 1.2. Bestimmen Sie alle Lösungen des folgenden linearen Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 14 & -2 \\ -2 & -6 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

V 1.3. Wir betrachten den folgenden Schaltkreis



(a) Bestimmen Sie ein lineares Gleichungssystem, welches von den Stromstärken  $I_1, \dots, I_5$  erfüllt wird.

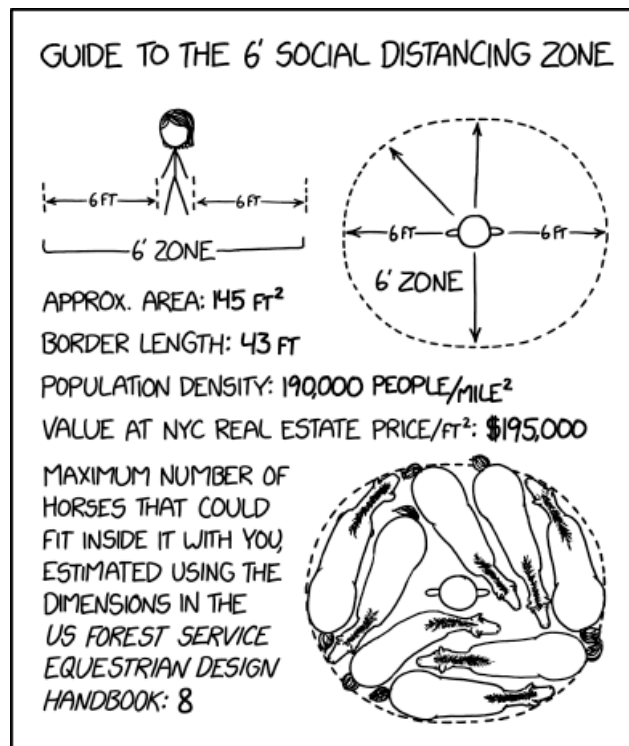
**Tipp:** Verwenden Sie das **Ohmsche Gesetz** sowie die **Kirchhoffschen Regeln**.

(b) Berechnen Sie die einzelnen Stromstärken  $I_1, \dots, I_5$ , d.h. lösen Sie das in (a) aufgestellte lineare Gleichungssystem.

Z 1.4. Betrachten Sie die  $2 \times 2$  Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Berechnen Sie  $A^2$ ,  $A^3$  und  $A^4$ .  
(b) Formulieren Sie eine Vermutung für die Matrix  $A_n := A^n$  und beweisen Sie diese für alle  $n \in \mathbb{N}$ .



Source: <https://xkcd.com/2286/>