# Übungsblatt 2

*»Du wolltest doch Algebra, da hast du den Salat.«*

(Jules Verne, Reise um den Mond, 1828–1905)

**V 2.1.** Bestimmen Sie jeweils die Inverse der folgenden Matrizen

**(a)** $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

**(b)** $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

**(c)** $A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

**(d)** $A_4 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

**V 2.2.** Es bezeichne $V$ den reellen Vektorraum aller Abbildungen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$. Welche der folgenden Teilmengen sind ein Unterraum von $V$?

**(a)** $U_1 := \{f \in V \mid f(x) \leq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}\}$.

**(b)** $U_2 := \{f \in V \mid f(x) = -f(-x)$ für alle $x \in \mathbb{R}\}$.

**(c)** $U_3 := \{f \in V \mid f(10) = 0\}$.

**(d)** $U_4 := \{f \in V \mid f$ ist injektiv$\}$.

**V 2.3.** Es Sei $V$ ein reeller Vektorraum und $U_1, U_2 \subset V$ seien Unterräume. Zeigen Sie

**(a)** $U_1 \cap U_2$ ist ein Unterraum.

**(b)** Ist $U_1 \cup U_2$ ein Unterraum, so gilt $U_1 \subset U_2$ oder $U_2 \subset U_1$.
**Hinweis:** Ein Widerspruchsbeweis ist hier zielführend. Sie können zudem verwenden, dass aus $z \in U_1 \cup U_2$ bereits $z \in U_1 \lor z \in U_2$ folgt.

**V 2.4.** Gegeben seien die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

**(a)** Zeigen Sie, dass die Vektoren $v_1, v_2, v_3, v_4$ und $v_5$ linear abhängig sind.

**(b)** Schreiben Sie $v_3$ als Linearkombination der Vektoren $v_1, v_2, v_4$ und $v_5$.

**(c)** Schreiben Sie den ersten Standardbasisvektor $e_1 \in \mathbb{R}^4$ gegeben durch

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

als Linearkombination der Vektoren $v_2, v_3, v_4$ und $v_5$.

jens.wirth@mathematik.uni-stuttgart.de
[jonas.brinker,arthur.guenthner,robin.lang,dominik.wittwar]@mathematik.uni-stuttgart.de