

Übungsblatt 10

»Get maximum effect from minimum effort.«

(Bruce Lee, 1940-1973)

V 10.1. Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = (1 - y)(2 - x^2 - y^2).$$

Berechnen Sie das Maximum und Minimum der Funktion f unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 \leq 1$ und bestimmen Sie deren Lage.

V 10.2. Berechnen Sie die Taylorpolynome 2. Ordnung der Funktionen f und g im Entwicklungspunkt $(0, 0, 0)$:

(a)

$$f(x, y, z) = \frac{e^z}{(1-x)(1-y)}, \quad x, y \neq 1,$$

(b)

$$g(x, y, z) = 3x^2 + 4xy - y^2 - 2x + 5y + 7.$$

V 10.3. Wir betrachten die Menge

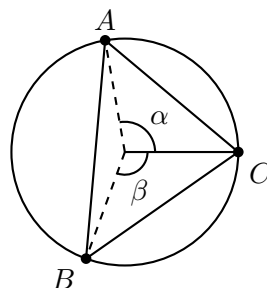
$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq -x^2 + 4x\}$$

(a) Skizzieren Sie die Menge M .

(b) Es sei nun $(x_0, y_0) = (-1, 4) \in \mathbb{R}^2$ ein fester Punkt. Finden Sie den Punkt $(x, y) \in M$, der in der euklidischen Norm den geringsten Abstand zu (x_0, y_0) hat.

(c) Erklären Sie anhand der Skizze was sich ändert, wenn sich der Punkt (x_0, y_0) in der unteren Halbebene $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y < 0\}$ befindet.

V 10.4. Gegeben sei ein Kreis mit Radius $R = 1$, der seinen Mittelpunkt im Ursprung hat. Welches Dreieck, dessen Eckpunkte auf dem Kreis liegen, hat den größten Flächeninhalt? Begründen Sie Ihre Antwort.



Hinweis: Additionstheoreme können bei der Aufgabe hilfreich sein. Falls Sie einen zweiten Hinweis benötigen, fragen Sie Ihren Tutor.