Übungsblatt 11

»Der Weg ist das Ziel.«
(孔子, um 500 v. Chr.)

V 11.1. Berechnen Sie das Kurvenintegral erster Art $\int_C f \,\mathrm{d}s$ für die folgenden Funktionen f und Parametrisierungen der Kurven C:

(a) $f(x, y, z) = 2xyz^2$ mit C parametrisiert durch $x(t) = t^2$, $y(t) = 2t$, $z(t) = \frac{1}{3}t^3$, $t \in [0, 1]$,

(b) $f(x, y) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$ mit C parametrisiert durch $x(t) = t \cos t$, $y(t) = t \sin t$, $t \in [0, \pi]$.

V 11.2. Berechnen Sie die folgenden Kurvenintegrale zweiter Art:

(a)

$$\int_C 3xy \,\mathrm{d}x + z \,\mathrm{d}y - 3x \,\mathrm{d}z$$

mit C parametrisiert durch $x(t) = t^2 + 1$, $y(t) = 2t^2$, $z(t) = t^4$, $t \in [1, 2]$,

(b)

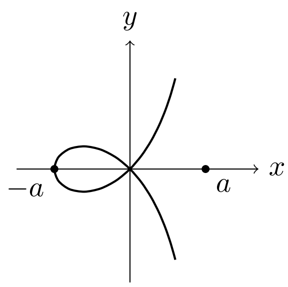
$$\int_C x^2 y \,\mathrm{d}x + (x - z) \,\mathrm{d}y + xyz \,\mathrm{d}z,$$

wobei C das orientierte Kurvenstück von $(0, 0, 2)$ nach $(2, 8, 2)$ mit $y = x^3$ und $z = 2$ ist.

V 11.3. Der Graph aus der unteren Abbildung wird durch die Gleichung

$$(a + x)x^2 - (a - x)y^2 = 0 \tag{1}$$

für $a > 0$ beschrieben.



(a) Schreiben Sie (1) in Polarkoordinaten um.

(b) Parametrisieren Sie das geschlossene Kurvenstück in Polarkoordinaten gegen den Uhrzeigersinn.

(c) Berechnen Sie den Flächeninhalt der von dem geschlossenen Kurvenstück umrandeten Fläche.

V 11.4. Bereiten Sie sich auf die Scheinklausur vor.

jens.wirth@mathematik.uni-stuttgart.de
[jonas.brinker,arthur.guenthner,robin.lang,dominik.wittwar]@mathematik.uni-stuttgart.de