Zusatzblatt

»Gleichungen sind wichtiger für mich, weil die Politik für die Gegenwart ist, aber eine Gleichung ist etwas für die Ewigkeit.«

(Albert Einstein, 1879 – 1955)

Bei diesem Aufgabenblatt handelt es sich um Zusatzblatt. Alle Informationen zum Ausgleich finden Sie über das Ilias-Forum oder direkt unter dem Link
http://info.mathematik.uni-stuttgart.de/HM2-Wirth-SS20/sonstiges/ausgleich.pdf
Hierbei gilt das Zusatzblatt als bestanden, wenn Sie alle Aufgaben abgegeben haben und wir mindestens 2 der 3 Aufgaben als sinnvoll bearbeitet betrachten. Die Abgabefrist ist Freitag, der 24.07.2020 um 10:00 Uhr.

Z 2.1. Seien $f(x,y) = \sin(\pi(x^2+y)) + \cos(\pi y)$ und $A := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \le y \le 1 - x^2\}$.

(a) Skizzieren Sie A.

(b) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von f im Inneren von A.

(c) Finden Sie die Extrema von f auf der Menge $N := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 1 - x^2\}$.

(d) Geben Sie die Positionen und Werte der globalen Extrema von f auf A an.

Z 2.2. Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)\sin\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right), & (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

(a) Zeigen Sie, dass f auf dem gesamten $\mathbb{R}^2$ differenzierbar ist.

(b) Prüfen Sie, ob die Ableitung f' im Punkt $(0,0)$ stetig ist.

(c) Ist die Funktion f stetig?

Z 2.3. Gegeben ist

$$q(x) = \frac{3}{2}x_1^2 + x_1x_2 + \frac{3}{2}x_2^2 + \frac{3}{\sqrt{2}}x_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}x_2 + 1.$$

(a) Schreiben Sie $q(x)$ in der Form $x^\top Ax + 2b^\top x + c$ mit einer symmetrischen Matrix A.

(b) Führen Sie eine Hauptachsentransformation von A durch.

(c) Bestimmen Sie die Menge $M = \{x \in \mathbb{R}^2 : q(x) = 0\}$.
Hinweis: Verwenden Sie zunächst die Hauptachsentransformation und quadratisches Ergänzen um eine Gleichung der Form

$$\lambda_1(y_1 - \alpha)^2 + \lambda_2(y_2 - \beta)^2 + \gamma = 0$$

zu erhalten.

(d) Welche Figur wird durch die Quadrik $\{x \in \mathbb{R}^2 : q(x) = 1\}$ beschrieben?

jens.wirth@mathematik.uni-stuttgart.de
[jonas.brinker,arthur.guenthner,robin.lang,dominik.wittwar]@mathematik.uni-stuttgart.de