ONLINE-TEST 7

Aufgabe 1

Gegeben ist eine reelle Zahl a sowie die Vektoren $v_1 = (a,0,1)^T$, $v_2 = (0,1,0)^T$ und $v_3 = (1,0,-1)^T$. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Menge $\{v_1, v_2, v_3\}$ ist genau dann eine Basis des $\mathbb{R}$-Vektorraums $\mathbb{R}^3$, wenn $a \neq -1$ ist. ◯ wahr
◯falsch

Gegeben ist eine reelle Zahl a sowie die Vektoren $v_1 = (a,1,0)^T$, $v_2 = (0,0,1)^T$ und $v_3 = (1,1,0)^T$. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Menge $\{v_1, v_2, v_3\}$ ist genau dann eine Basis des $\mathbb{R}$-Vektorraums $\mathbb{R}^3$, wenn $a \neq 1$ ist. ◯ wahr
◯falsch

Gegeben ist eine reelle Zahl a sowie die Vektoren $v_1 = (0,1,a)^T$, $v_2 = (1,0,0)^T$ und $v_3 = (0,-1,1)^T$. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Menge $\{v_1, v_2, v_3\}$ ist genau dann eine Basis des $\mathbb{R}$-Vektorraums $\mathbb{R}^3$, wenn $a \neq 1$ ist. ◯ wahr
◯falsch

Gegeben ist eine reelle Zahl a sowie die Vektoren $v_1 = (1,0,a)^T$, $v_2 = (0,1,0)^T$ und $v_3 = (1,0,-1)^T$. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Menge $\{v_1, v_2, v_3\}$ ist genau dann eine Basis des $\mathbb{R}$-Vektorraums $\mathbb{R}^3$, wenn $a \neq 1$ ist. ◯ wahr
◯falsch

Aufgabe 2

Betrachten Sie $\mathbb{Z}_2^2$ als $\mathbb{Z}_2$-Vektorraum. Die Anzahl der Basen (d.h. Mengen, deren Elemente eine Basis bilden) von $\mathbb{Z}_2^2$ ist

◯ 16

◯3

◯unendlich

◯4

Betrachten Sie $\mathbb{Z}_2^2$ als $\mathbb{Z}_2$-Vektorraum. Die Anzahl der Basen (d.h. Mengen, deren Elemente eine Basis bilden) von $\mathbb{Z}_2^2$ ist

◯ 16

◯8

◯4

◯3

Betrachten Sie $\mathbb{Z}_2^2$ als $\mathbb{Z}_2$-Vektorraum. Die Anzahl der Basen (d.h. Mengen, deren Elemente eine Basis bilden) von $\mathbb{Z}_2^2$ ist

◯ 8

◯4

◯3

◯1

Betrachten Sie $\mathbb{Z}_2^2$ als $\mathbb{Z}_2$-Vektorraum. Die Anzahl der Basen (d.h. Mengen, deren Elemente eine Basis bilden) von $\mathbb{Z}_2^2$ ist

◯ 8

◯3

◯4

◯unendlich

Aufgabe 3

Betrachten Sie die Vektoren $u = (1, 0, 3)^T$, $v = (2, 2, 6)^T$ und $w = (0, -1, 0)^T$. Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Wieviele dieser drei Vektoren werden mindestens gebraucht, um $\operatorname{Span}_{\mathbb{R}}(\{u, v, w\})$ zu erzeugen?

[ ]

Betrachten Sie die Vektoren $u = (1, 0, 4)^T$, $v = (2, 2, 8)^T$ und $w = (0, 1, 0)^T$. Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Wieviele dieser drei Vektoren werden mindestens gebraucht, um $\operatorname{Span}_{\mathbb{R}}(\{u, v, w\})$ zu erzeugen?

[ ]

Betrachten Sie die Vektoren $u = (2, 0, 3)^T$, $v = (4, 2, 6)^T$ und $w = (0, -1, 0)^T$. Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Wieviele dieser drei Vektoren werden mindestens gebraucht, um $\mathrm{Span}_{\mathbb{R}}(\{u, v, w\})$ zu erzeugen?

Betrachten Sie die Vektoren $u = (3, 0, -1)^T$, $v = (6, 2, -2)^T$ und $w = (0, 1, 0)^T$. Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Wieviele dieser drei Vektoren werden mindestens gebraucht, um $\mathrm{Span}_{\mathbb{R}}(\{u, v, w\})$ zu erzeugen?

Aufgabe 4

Sei V ein beliebiger Vektorraum über einem Körper K sowie $v_1, v_2, v_3 \in V$. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

a) Wenn $v_1 \in \mathrm{Span}(\{v_2, v_3\})$, dann sind v_1, v_2, v_3 linear abhängige Vektoren. ○ wahr ○ falsch

b) Wenn v_1 und v_2 linear abhängig sind, dann $\mathrm{Span}(\{v_1, v_2\}) = \mathrm{Span}(\{v_1\})$. ○ wahr ○ falsch

---

Sei V ein beliebiger Vektorraum über einem Körper K sowie $v_1, v_2, v_3 \in V$. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

a) Wenn $v_1 \in \mathrm{Span}(\{v_2, v_3\})$, dann sind v_1, v_2, v_3 linear unabhängige Vektoren. ○ wahr ○ falsch

b) Wenn v_1 und v_2 linear abhängig sind, dann $\mathrm{Span}(\{v_1, v_2\}) = \mathrm{Span}(\{v_1\})$ oder $\mathrm{Span}(\{v_1, v_2\}) = \mathrm{Span}(\{v_2\})$. ○ wahr ○ falsch

---

Sei V ein beliebiger Vektorraum über einem Körper K sowie $v_1, v_2, v_3 \in V$. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

a) Wenn $v_1 \notin \mathrm{Span}(\{v_2, v_3\})$, dann sind v_1, v_2, v_3 linear unabhängige Vektoren. ○ wahr ○ falsch

b) Wenn v_1 und v_2 linear unabhängig sind, dann $\mathrm{Span}(\{v_1, v_2\}) \neq \mathrm{Span}(\{v_1\})$ und $\mathrm{Span}(\{v_1, v_2\}) \neq \mathrm{Span}(\{v_2\})$. ○ wahr ○ falsch

---

Sei V ein beliebiger Vektorraum über einem Körper K sowie $v_1, v_2 \in V$. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

a) Wenn $v_1 \notin \mathrm{Span}(\{v_2\})$, dann sind v_1, v_2 linear unabhängige Vektoren. ○ wahr ○ falsch

b) Wenn v_1 und v_2 linear unabhängig sind, dann $\mathrm{Span}(\{v_1\}) \neq \mathrm{Span}(\{v_2\})$. ◯ wahr ◯ falsch

Aufgabe 5

Sei a eine beliebige ganze Zahl. Betrachten Sie die Vektoren $v = (a, -1)^T$ und $w = (-2, 1)^T$. Ergänzen Sie die richtige Antwort.

v und w sind genau dann linear abhängige Vektoren im $\mathbb{R}$-Vektorraum $\mathbb{R}^2$, wenn $a = \boxed{}$ ist.

Sei a eine beliebige ganze Zahl. Betrachten Sie die Vektoren $v = (a, 2)^T$ und $w = (2, 1)^T$. Ergänzen Sie die richtige Antwort.

v und w sind genau dann linear abhängige Vektoren im $\mathbb{R}$-Vektorraum $\mathbb{R}^2$, wenn $a = \boxed{}$ ist.

Sei a eine beliebige ganze Zahl. Betrachten Sie die Vektoren $v = (a, 3)^T$ und $w = (3, 1)^T$. Ergänzen Sie die richtige Antwort.

v und w sind genau dann linear abhängige Vektoren im $\mathbb{R}$-Vektorraum $\mathbb{R}^2$, wenn $a = \boxed{}$ ist.

Sei a eine beliebige ganze Zahl. Betrachten Sie die Vektoren $v = (a, -2)^T$ und $w = (-1, 1)^T$. Ergänzen Sie die richtige Antwort.

v und w sind genau dann linear abhängige Vektoren im $\mathbb{R}$-Vektorraum $\mathbb{R}^2$, wenn $a = \boxed{}$ ist.