



Besprechung am 20.12.18

Aufgabe V 31: *Basen*

Gegeben seien die vier Vektoren $v_1, v_2, v_3, v_4 \in \mathbb{R}^3$

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

31.1 Bestimmen Sie $\dim (\text{LH}(\{v_1, v_2, v_3, v_4\}))$.

31.2 Geben Sie zwei Basen B und B' des \mathbb{R}^3 an.

31.3 Geben Sie die folgenden Vektoren jeweils in der Standardbasis und den beiden Basen aus **2.** an

$$\text{a) } u_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{b) } w = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \text{c) } v_4 \quad \text{d) } x = 2 \cdot u + v_4 + w$$

Aufgabe V 32: *Untervektorräume / Schnitt und Vereinigung*

Gegeben seien zwei Untervektorräume des \mathbb{R}^3

$$U_1 = \text{LH} \left(\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \right) \quad U_2 = \text{LH} \left(\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \right)$$

Zeigen oder widerlegen Sie:

32.1 Der Durchschnitt der Untervektorräume, also $U_1 \cap U_2$, ist ein Untervektorraum.
Die Vereinigung der Untervektorräume, also $U_1 \cup U_2$, ist ein Untervektorraum.

32.2 Zeigen Sie, dass die Ergebnisse aus **1.** ganz allgemein für Untervektorräume eines \mathbb{K} -Vektorraums gelten.

Aufgabe V 33: *Lineare Unabhängigkeit*

Gegeben sei ein \mathbb{R} -Vektorraum V und zwei linear unabhängige Vektoren $u, v \in V$.

33.1 Zeigen Sie, dass die beiden Vektoren $u + v$ und $u - v$ linear unabhängig sind.

33.2 Gilt dies auch für einen \mathbb{F}_2 -Vektorraum?