Übungsblatt 12

»Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile. «

(Aristoteles; 384 - 322 v. Chr.)

V 12.1. Untersuchen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren, und berechnen Sie ggf. ihre Werte:

a) $\displaystyle\int_0^\infty x\mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x$ **b)** $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{e}^x}{x}\,\mathrm{d}x$ **c)** $\displaystyle\int_2^\infty \frac{4\,\mathrm{d}x}{x^4-1}$ **d)** $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha}\,\mathrm{d}x\,,\quad \alpha\in\mathbb{R}$

V 12.2. Untersuchen Sie, für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ die folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren:

a) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1-\cos x}{x^\alpha}\,dx$ **b)** $\displaystyle\int_1^\infty \frac{1-\cos x}{x^\alpha}\,dx$ **c)** $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1-\cos x}{x^\alpha}\,dx$

V 12.3. Untersuchen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren. Überprüfen Sie insbesondere, ob das Integralkriterium anwendbar ist.

a) $\displaystyle\sum_{n=2}^\infty \frac{1}{n\,(\ln n)^\alpha}\,,\quad \alpha\in\mathbb{R}$ **b)** $\displaystyle\sum_{n=1}^\infty \frac{\mathrm{e}^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$ **c)** $\displaystyle\sum_{n=2}^\infty \frac{\ln n}{n^\alpha}\,,\quad \alpha\in\mathbb{R}$

V 12.4. Gegeben ist das Integral $\displaystyle I := \int_0^1 \mathrm{e}^{-2x^2}\,\mathrm{d}x\,.$

a) Berechnen Sie mit Hilfe der summierten Trapezregel für $h \in \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\}$ Näherungswerte für I, und schätzen Sie jeweils den Fehler ab.

a) Berechnen Sie mit Hilfe der Simpson-Formel einen Näherungswert für I, und schätzen Sie den Fehler ab.

peter.lesky@mathematik.uni-stuttgart.de
[arne.geyer, robin.lang, sam.thelin]@mathematik.uni-stuttgart.de