

---

**Aufgabe 1:** *Gaußalgorithmus mit Parametern*

---

Gesucht ist die Lösung des linearen parameterabhängigen Gleichungssystem  $A_\lambda x = b$  ( $\lambda \in \mathbb{R}$ )

$$A_\lambda = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & \lambda - 1 & \lambda \\ 2 & 3 - \lambda & 3 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 2\lambda - 1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

**1.1** Berechnen Sie  $\det(A_\lambda)$ .

**1.2** Bestimmen Sie das Lösungsverhalten in Abhängigkeit des Parameters  $\lambda$ .

**1.3** Geben Sie den  $\text{Rang}(A_\lambda, b)$  an.

---

**Aufgabe 2:** *Eigenwertproblem*

---

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 \\ -8 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

**2.1** Berechnen Sie die Determinante von  $A$ .

**2.2** Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren. Stellen Sie die Transformationsmatrix auf.

**2.3** Überprüfen Sie Ihre Rechnung aus **1.** mit Ihren Ergebnissen aus **2.**

---

**Aufgabe 3:** *Eigenwertproblem*

---

Gegeben sind die beiden Vektoren  $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^2$

$$v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**3.1** Geben Sie alle reellen Matrizen  $A \in M_{2,2}$  mit den Eigenvektoren  $v_1$  und  $v_2$  an.

**3.2** Geben Sie alle nilpotenten Matrizen  $A$  an. Also alle  $A$ , für die gilt:  $\exists k \in \mathbb{N}: A^k = 0$ .