

Besprechung am 05.06.19

Aufgabe 20: *Differenzierbarkeit*

Gegeben seien die stetigen Funktionen $f, g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right) & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} (x + y) \sin\left(\frac{1}{x + y}\right) & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

20.1 Berechnen Sie jeweils den Gradienten der Funktion an der Stelle $(0, 0)$.

20.2 Untersuchen Sie die Funktionen f und g auf Differenzierbarkeit an der Stelle $(0, 0)$.

Aufgabe 21: *Extrema*

Gegeben sei die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto (x - y^2 + 2)(x - 1)$$

21.1 Skizzieren Sie die Nullstellenmenge von $f(x, y)$ sowie die Bereiche für $f(x, y) > 0$ und $f(x, y) < 0$.

21.2 Bestimmen Sie alle kritischen Stellen.

21.3 Geben Sie alle lokalen Minima und Maxima an.

Aufgabe 22: *Taylorpolynom*

Gegeben sei die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto \sin(2x + y)$$

22.1 Geben Sie das Taylorpolynom der Stufe 2, also $T_2(x, y)$, mit dem Entwicklungspunkt $(x_0, y_0) = \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ an.

22.2 Bestimmen Sie die Tangentialebene an der Stelle $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$.