D. Merkt **Vortragsübung 11** SS 19

Besprechung am 03.07.19

Wir üben für die 2. Scheinklausur

SK2 SS 2008

Aufgabe 8 (4 Punkte) Betrachten Sie die folgenden Funktionenfolgen $(f_n)_n$, $f_n\colon D \to \mathbb{R}$ und entscheiden Sie, ob $(f_n)_n$ punktweise und/oder gleichmäßig konvergieren. (J für „ja“, N für „nein“)

1. $f_n(x) := x^n$ auf $D := [0,1]$ punktweise: $\square$ gleichmäßig: $\square$
2. $f_n(x) := \mathrm{e}^{nx}$ auf $D := [0,1]$ punktweise: $\square$ gleichmäßig: $\square$
3. $f_n(x) := \dfrac{1}{2^n}x + 1$ auf $D := [-1,1]$ punktweise: $\square$ gleichmäßig: $\square$
4. $f_n(x) := \left(\dfrac{x}{2}\right)^n$ auf $D := [0,1]$ punktweise: $\square$ gleichmäßig: $\square$

SK2 SS2008

Aufgabe 11 (3 Punkte) Berechnen Sie die Werte der folgenden Ableitungen, jeweils an der angegebenen Stelle x_0 :

a) $f \;:\; \mathbb{R}_0^+ \longrightarrow \mathbb{R} \;:\; x \longmapsto \dfrac{1}{1+x^2}$, $x_0 = 1:$ $f'(1) =$ $\square$

b) $f \;:\; \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \;:\; x \longmapsto (x + \ln x)^5$, $x_0 = 1:$ $f'(1) =$ $\square$

c) $f \;:\; \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R} \;:\; x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^x}{x^2}$, $x_0 = 1:$ $f'(1) =$ $\square$

SK2 SS2008

Aufgabe 12 (3 Punkte) Gegeben sei die bijektive Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3 + \mathrm{e}^x$.

1. Bestimme Sie

$$f^{-1}(1+\mathrm{e}) = \boxed{} \qquad \left(f^{-1}\right)'(1+\mathrm{e}) = \boxed{}$$

2. Geben Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $(2, 8+\mathrm{e}^2)$ an.

$\boxed{}$

SK3 SS2008

Aufgabe 1 (9 Punkte) Geben Sie die folgenden unbestimmten Integrale an:

a) $\displaystyle\int \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \boxed{}$ **b)** $\displaystyle\int x\cos x\,\mathrm{d}x = \boxed{}$

c) $\displaystyle\int \frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x = \boxed{}$ **d)** $\displaystyle\int \frac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x+1}\,\mathrm{d}x = \boxed{}$

e) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2+2x+10}\,\mathrm{d}x = \boxed{}$

Aufgabe 5 (4 Punkte)

a) Führen Sie die Substitution $x = u^2$ durch:

$$\int \frac{1}{x+\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x \;=\; \left[\int \boxed{}\,\mathrm{d}u\right]_{u=\sqrt{x}}$$

b) Geben Sie das unbestimmte Integral an:

$$\int \frac{1}{x+\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x \;=\; \boxed{}$$

Aufgabe 3 (11 Punkte) Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x$

a) Bestimmen Sie den Gradienten von f: $\nabla f(x, y) =$ ☐

b) Geben Sie den kritischen Punkt x_0 von f an: $x_0 =$ ☐

c) Geben Sie die Hessematrix von f in x_0 an: ☐

d) Welche Eigenwerte besitzt die Hessematrix? $\lambda_1 =$ ☐ , $\lambda_2 =$ ☐

e) Tragen Sie J für „ja“, N für „nein“ ein: f hat in x_0 ein(en)

relatives Minimum ☐ , relatives Maximum ☐ , Sattelpunkt ☐ .