

Übungen zur Schulmathematik

Schriftliche Aufgaben

Aufgabe 1 (Rationale Zahlen und Dezimalbruchdarstellung)

- a) Schreiben Sie den Dezimalbruch $2,3\overline{567}$ als gekürzten Bruch $\frac{p}{q}$ mit $p \in \mathbb{Z}$ und $q \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$.
- b) Sei $r \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen (1, 2) äquivalent sind.
- (1) Es ist $r \in \mathbb{Q}$.
 - (2) Die Zahl r besitzt eine endliche oder periodische Dezimalbruchdarstellung.

Aufgabe 2 (Umwandlung periodischer Kettenbrüche)

Stellen Sie folgende Zahlen als Kettenbrüche dar und begründen Sie eventuelle Periodizitäten.

- a) $\frac{327}{359}$
- b) $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$

Welche reellen Zahlen werden durch folgende periodischen Kettenbrüche repräsentiert?

- c) $[1, \overline{5, 9}]$
- d) $[17, \overline{3, 1, 5}]$

Aufgabe 3 (Zerlegung in Linearfaktoren über den größten gemeinsamen Teiler)

Gegeben seien die Polynome $p(x) := x^5 + 4x^4 + 3x^3 - x^2 - 4x - 3$ und $q(x) := x^4 + x^3 - 8x^2 - 9x - 9$.

- a) Bestimmen Sie $r(x) := \text{ggT}(p, q) \in \mathbb{Q}[x]$.
- b) Zerlegen Sie p und q über \mathbb{C} in Linearfaktoren.

Aufgabe 4 (Polynomiale Gleichungen)

Bestimmen Sie über \mathbb{C} alle Nullstellen der folgenden Polynome.

- a) $x^3 + 3x^2 - 5x - 92$
- b) $x^4 - x^2 + 6x - 2$

Hinweise:

- In jeder Aufgabe können bis zu 4 Punkte erzielt werden.
- Es sind ausführliche Begründungen oder Rechenwege anzugeben.